

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 8 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26400080

研究課題名(和文)無限次元線形作用素の力学系理論の幾何学的トポロジー的研究

研究課題名(英文)Geometric-topological study on dynamics of infinite dimensional linear operators

研究代表者

川村 一宏 (KAWAMURA, Kazuhiro)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号：40204771

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：関数空間の等長変換に関する研究を行った。双対空間の端点集合を詳細に解析することにより、特徴的な位相を持つコンパクト空間上の連続関数空間やバナッハ束の連続切断空間の等長変換に関するバナッハ・ストーン型定理を得た。コンパクトリーマン多様体上の連続微分可能関数のなす関数空間の適当なノルムについての等長類は、部分多様体の埋め込みの等長類を一意に定めることを示した。応用としてノルムの連続摂動に付随する等長変換群の変形を記述し、底空間の幾何との関わりを明らかにした。複雑なトポロジーを持つ一般化射影極限を解析し、また極限空間上の位相力学系-特にカントール集合上の極小力学系-を構成した。

研究成果の概要(英文)：We studied isometries of continuous function spaces. A detailed analysis was made on the extreme points of the dual spaces, which yielded some novel Banach-Stone type theorems on isometries (i) of continuous function spaces over compacta with characteristic topology and (ii) of continuous section spaces of Banach space bundles. The results were applied to the study of isometries on continuously differential function spaces over compact Riemannian manifolds. Some families of norms on the function spaces are defined and a Banach-Stone type theorem for these norms was proved. The results were applied to study continuous perturbations of norms and induced deformations of associated isometry groups. The deformation-aspects of isometry groups are shown to be closely related to the geometry of the underlying manifolds. We also studied topology and dynamics of generalized inverse limits. We made use of the multivalued bonding-function-setup to produce a minimal dynamics on the Cantor set.

研究分野：位相幾何学

キーワード：関数空間 荷重合成作用素 線形作用素 リーマン多様体 射影極限の力学系

1. 研究開始当初の背景

連続関数空間の等長類は底空間のトポロジーを一意に定めることは古くから知られていたものの、関数空間の距離特性と底空間の幾何との具体的な関係は未だ十分に理解されていなかった。無限次元線形作用素の力学系のカオス的振舞いは近年よく研究されているが、荷重合成作用素の定義する力学系に対する組織的な研究は行われていなかった。

2. 研究の目的

(1) 関数空間上に定まる荷重合成作用素の等長変換としての特徴付けを与える。得られた結果を用いて関数空間の等長変換群と底空間の幾何・トポロジーとの関わりを具体的に記述する。

(2) 荷重合成作用素の定める線形作用素の力学系のカオス性・位相推移性をシンボル及び荷重によって特徴づける。

上の問題を幾何学的トポロジーの研究手法を用いることにより研究する。特に位相的に複雑な構造を持った底空間を積極的に取り上げて研究するところに本研究の特色がある。

3. 研究の方法

主に解析的な視点から研究されてきた対象を、幾何学的な視点から捉えなおし関数解析学・位相および微分幾何学・力学系理論研究者との研究交流により総合的な観点から研究を進める。

4. 研究成果

(1) 三浦毅氏との共同研究及びそれに続く研究において従来の Banach-Stone 型定理の詳細な解析を行い、関数空間上の等長変換が底空間の同相写像による荷重合成作用素として表されるための一般的な十分条件を得た。その結果(i)特徴的なトポロジー(例:位相的剛性あるいは低次元性)を持つコンパクト空間上の連続関数空間,(ii)ベクトル値連続関数空間、更に一般にベクトル束の連続切断空間のそれぞれに対し新しいタイプの Banach-Stone 型定理を得た。応用としてまた四元数値連続関数空間についての Banach-Stone 型定理を得た。

(2) 古清水大直・三浦毅氏との共同研究によって単位閉区間上の連続微分可能関数のなす空間上のノルムの族に対する Banach-Stone の定理を得て、既知のいくつかの結果に対して統一的な証明を与えた。そこで用いられたアイデアを基に、コンパクトリーマン多様体上の連続微分可能関数のなす空間上の等長変換を調べた:部分多様体から定まるノルムを導入し、関数空間の等長類は全空間の等長類のみならず当部分多様体の埋め込みの等長類をも一意に決定することを示した。このことは従来知られていなかった新しい知見である。応用として関数空間上のノルムの連続な摂動を考察し、付随する

等長変換群の変形の様相を記述することができた。その結果変換群の変形の様相が底空間の幾何と密接に関わる様子を具体的に記述することができた。

(3) 関数空間上の線形作用素が与えられているとき、作用素の性質を反映したノルムを導入し、当線形作用素の核を保存する等長変換を荷重合成作用素として表すことができた。具体例として単位閉区間上の定数係数 2 階微分作用素を考察し、斉次微分方程式の解空間を保存する等長変換を決定した。

(4) J.Kennedy 氏との共同研究により一般射影極限のトポロジーおよびシフト作用素の力学系について研究した。極限空間が複雑なトポロジーを持ち、特に(コ)ホモロジー群が無限生成群となるような条件を与えた。更に上半連続な多価写像による一般射影極限空間が興味ある力学系を生むことを具体例を通して明らかにした。特にカントール集合上の極小力学系、位相推移的力学系や Hurewicz 空間に類似の 1 次元コンパクト空間上の力学系で、周期点が稠密であるものを構成した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 34 件)

1. Kazuhiro Kawamura, Banach-Stone theorems for spaces of vector bundle continuous sections, *Topology and its Applications*, 印刷中, 査読有. <http://dx.doi.org/10.1016/j.topol.2017.01.023>
2. Kazuhiro Kawamura, Isometries of vector valued function spaces preserving the kernel of a linear operator, *Publicaciones Mathematicae Debrecen*, 掲載決定, 査読有. <http://www.math.klte.hu/publi/>
3. Takeshi Miura and Hiroyuki Takagi, Surjective isometries on the Banach space of continuously differentiable functions, *Contemporary Mathematics*, 掲載決定, 査読有.
4. Udayan Darji and Hisao Kato, Chaos and indecomposability, *Advances in Mathematics* 304 (2017), 83-99, 査読有. <http://dx.doi.org/10.1016/j.aim.2016.09.012>
5. Hisao Kato, On dimension and shape of inverse limits with set-valued functions, *Fundamenta Mathematicae*, 236 (2017), 83-99, 査読有. DOI: 10.4064/fm233-4-2016
6. Osamu Hatori and Shiho Oi, Hermitian operators on Banach algebras of vector-valued Lipschitz functions, *Journal of Mathematical Analysis and*

- Applications, 427 (2017), 378-387, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2017.03.015>
7. Osamu Hatori and Lajos Molnar, Spectral conditions for Jordan *-homomorphism on operator algebras, *Studia Mathematicae* 236 (2017), 101-126, 査読有.
DOI: 10.4064/sm8393-8-2016
 8. Osamu Hatori, Commutative pairs of self-adjoint elements in C^* algebras, *Mathematica Slovaca* 67 (2017), 209-212, 査読有.
DOI: <https://doi.org/10.1515/ms-2016-0259>
 9. Kazuhiro Kawamura, Linear surjective isometries between vector-valued function space, *Journal of Australian Mathematical Society*, 100 (2016), 349-373, 査読有.
DOI: <https://doi.org/10.1017/S1446788715000518>
 10. Kazuhiro Kawamura, Banach-Stone theorem for quaternion-valued continuous function spaces, *Mediterranean Journal of Mathematics*, 13 (2016), 4745-4761, 査読有.
DOI: 10.1007/s00009-016-0773-x
 11. Sin-Ei Takahasi, Hiroyuki Takagi and Takeshi Miura, A characterization of multipliers of a Lau algebra constructed by semisimple commutative Banach algebras, *Taiwanese Journal of Mathematics* 20 (2016), 1401-1415, 査読有.
DOI: 10.11650/tjm.20.2016.7386
 12. Hisao Kato and Eiichi Matsushashi, Continuum-wise injective maps, *Topology and its Applications*, 202 (2016), 410-417, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.topol.2016.01.029>
 13. Osamu Hatori and Lajos Molnar, Generalized isometries of the special unitary group, *Archiv der Mathematik*, 106(2016), 155-163, 査読有.
DOI: 10.1007/s00013-015-0856-0
 14. Toshikazu Abe and Osamu Hatori, On a characterization of commutativity of C^* -algebras via gyrogroup operations, *Periodica Mathematica Hungarica*, 72 (2016), 248-251, 査読有.
DOI 10.1007/s10998-016-0126-3
 15. Kazuhiro Kawamura, An abelian group associated with a topological dynamics, *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, 45 (2015), 1457-1470, 査読有.
doi:10.1216/RMJ-2015-45-5-1457
 16. Takeshi Miura, Surjective isometries between function spaces, *Contemporary Mathematics*, 645 (2015), 231-239, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.11650/tjm.20.2016.7386>
 17. Takeshi Miura and Thomas Tonev, Mappings onto multiplicative subsets of function algebras and spectral properties of their products, *Arkiv for Matematik*, 53 (2015), 329-358, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.1007/s11512-014-0210-y>
 18. Osamu Hatori, Isometries on the special unitary group, *Contemporary Mathematics*, 645 (2015), 119-134, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.1090/conm/645/12925>
 19. Toshikazu Abe and Osamu Hatori, Generalized gyrovector spaces and a Mazur-Ulam theorem, *Publicationes Mathematicae Debrecen*, 87 (2015), 393-413, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.5486/PMD.2015.7234>
 20. Osamu Hatori and Lajos Molnar, Isometries of the unitary groups and Thompson isometries of the spaces of invertible positive elements of C^* -algebras, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 409 (2014), 158-167, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2013.06.065>
 21. Osamu Hatori, A. Jiménez-Vargas and Moisés Villegas-Vallecillos, Maps which preserve norms of non-symmetrical quotients between groups of exponentials of Lipschitz functions, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 415 (2014), 825-845, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2014.01.088>
 22. Osamu Hatori, Isometries of the unitary groups in C^* -algebras, *Studia Mathematicae* 221 (2014), 61-86, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.4064/sm221-1-4>
 23. Hironao Koshimizu, Takeshi Miura, Hiroyuki Takagi and Sin-Ei Takahasi, Real-linear isometries between subspaces of continuous functions, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 413 (2014), 229-241, 査読有.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2013.11.050>

〔学会発表〕(計 59 件)

1. 川村一宏 Banach-Stone 型のいくつかの定理, 日本数学会年会, 2017.3.25, 首都大学東京(東京都八王子市).
2. Osamu Hatori, Commutativity of self-adjoint elements, 関数環研究集会, 2016.12.3. 茨城大学工学部(茨城県日立市).
3. Takeshi Miura, Surjective isometries on $C^1([0,1])$ with respect to norms derived from plane figures, 関数環研究集会, 2016.12.2. 茨城大学工学部(茨城県日立市).
4. Osamu Hatori, Shiho Oi and Hiroyuki Takagi, Peculiar homomorphisms on commutative Banach algebras of vector-valued functions, 等距離写像研究の多角的アプローチ, 2016.11.2, 京都大学数理解析研究所(京都府京都市).
5. Kazuhiro Kawamura, Perturbation of C^1 -norms and associated isometry groups, 等距離写像研究の多角的アプローチ, 2016.11.1, 京都大学数理解析研究所(京都府京都市).
6. Takeshi Miura, Surjective isometries on $C^1([0,1])$ with respect to several norms, 等距離写像研究の多角的アプローチ, 2016.10.31, 京都大学数理解析研究所(京都府京都市).
7. 加藤久男, On dimension of generalized inverse limits, 集合論的・幾何学的トポロジーとその応用, 2016.10.17, 京都大学数理解析研究所(京都府京都市).
8. Kazuhiro Kawamura, Norms on C^1 function spaces and their isometry groups, The 31st Summer Conference on Topology and its Applications, 2016.8.4, University of Leicester (レスター イギリス).
9. Hisao Kato, On inverse limits with set-valued functions, The 31st Summer Conference on Topology and its Applications, 2016.8.4, University of Leicester(レスター イギリス).
10. Hisao Kato, Dimension of inverse limits with set-valued functions, The 12th Prague Topological Symposium, 2016.7.25, Czech Technical University(プラハ チェコ共和国).
11. Kazuhiro Kawamura, Banach-Stone theorem and its variants, The 13th annual workshop on topology and dynamics, 2016.5.18, Nipissing University (ノースペイ カナダ).
12. 川村一宏・三浦毅, Banach-Stone 型のいくつかの定理, 関数環研究集会, 2015.12.20, 新潟大学(新潟県新潟市).
13. 羽鳥理, 単位球面上の等距離写像に関する一つの注意, 関数環研究集会, 2015.12.19, 新潟大学駅南キャンパス(新潟県新潟市).
14. Hisao Kato, Topological entropy and indecomposability of continua, The 1st Pan Pacific International Conference on Topology and its Applications, 2015.11.28, Minnan Normal University (漳州 中国).
15. Udayan Darji and Hisao Kato, Chaos and indecomposability, 集合論的位相幾何学および幾何学的トポロジーの最近の動向, 2015.11.17, 京都大学数理解析研究所(京都府京都市).
16. Arkady Leiderman and Kazuhiro Kawamura, Linear continuous surjections of C_p -spaces over compacta, 集合論的位相幾何学および幾何学的トポロジーの最近の動向, 2015.11.17, 京都大学数理解析研究所(京都府京都市).
17. Osamu Hatori, Positive cones and GGV, Research on structure of operators by order and geometry and related topics, 2015.11.10, 京都大学数理解析研究所(京都府京都市).
18. Takeshi Miura, Surjective isometries on $C^1([0,1])$, Fall Southeastern sectional meeting, special session on advances in operator theory, 2015.10.18, University of Memphis (メンフィス アメリカ合衆国).
19. Osamu Hatori, An application of Mazur-Ulam theorem on generalized gyrovector spaces, Fall Southeastern sectional meeting, special session on advances in operator theory, 2015.10.17, University of Memphis (メンフィス アメリカ合衆国).
20. Hisao Kato, Positive topological entropy and indecomposability, International conference on set-theoretic topology and its applications, 2015.8.24, 神奈川大学(神奈川県横浜市).
21. Kazuhiro Kawamura, Linear isometries of continuous function spaces, International Dubrovnik conference on Geometric topology, Geometry group theory and Dynamical systems VIII, 2015.6.26, Interuniversity Center, Dubrovnik(ドブロヴニク クロアチア).
22. Hisao Kato, Dynamical properties of maps with zero-dimensional sets of periodic points, The 12th annual workshop on Topology and Dynamical Systems, 2015.5.29, Nipissing University (ノースペイ カナダ).
23. Osamu Hatori, Gyrogroups and applications to Thompson isometries, 2015.5.24, 新潟大学駅南キャンパス(新潟県新潟市).

24. 羽鳥理, C^* 環の正值可逆元の集合の間の Thompson 等距離写像について, RIMS International conference, Theory of operator means and related topics, 2014.11.27, 京都大学数理解析研究所 (京都府京都市).
25. 羽鳥理, 行列の群の間の写像, 集合論的・幾何学的トポロジーと種々の分野の交流, 2014.10.23, 京都大学数理解析研究所 (京都府京都市).
26. 三浦毅, 関数空間上の全射等距離写像, 集合論的・幾何学的トポロジーと種々の分野の交流, 2014.10.23, 京都大学数理解析研究所 (京都府京都市).
27. 加藤久男, 位相力学系における分解定理, 集合論的・幾何学的トポロジーと種々の分野の交流, 2014.10.23, 京都大学数理解析研究所 (京都府京都市).
28. 羽鳥理, $S_0(4)$ 上のある写像について, 関数環研究集会, 2014.9.19, 早稲田大学 (東京都新宿区).
29. Takeshi Miura, Surjective isometries between function spaces, The seventh conference on Function spaces, 2014.5.22, Southern Illinois University at Edwardsville (エドワーズヴィル アメリカ合衆国).
30. Osamu Hatori, Preservers between the sets of exponentials and related commutative diagram, The seventh conference on Function spaces, 2014.5.22, Southern Illinois University at Edwardsville (エドワーズヴィル アメリカ合衆国).

研究者番号 : 70152733

羽鳥 理 (HATORI Osamu)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号 : 70156363

三浦 毅 (MIURA Takeshi)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号 : 90333989

高木 啓行 (TAKAGI Hiroyuki)
信州大学・理学部・教授
研究者番号 : 20206725

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計0件)

取得状況 (計0件)

〔その他〕

ホームページ等 なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

川村 一宏 (KAWAMURA Kazuhiro)
筑波大学・数理物質系・教授
研究者番号 : 40204771

(2) 連携研究者

加藤 久男 (KATO Hisao)
筑波大学・数理物質系・教授