

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 2 年 6 月 8 日現在

機関番号：24402

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2019

課題番号：26400121

研究課題名(和文) 最大型複雑さ，パターン認識の最適解，一様集合と超定常集合

研究課題名(英文) Maximal pattern complexity, optimal solution to the pattern recognition problem, uniform set and super-stationary set

研究代表者

釜江 哲朗 (Kamae, Teturo)

大阪市立大学・大学院理学研究科・特任教授

研究者番号：80047258

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：我々はキャンバスCに描かれた絵の集まりDに対して，最大型複雑さの概念を導入した．すなわち，Aをキャンバス1点での色彩等についての情報を与える有限集合とすると，べき集合(A to D)の元は1枚の絵を意味し，この部分集合DはCに描かれた絵の集まりとなる．このとき，最大型複雑さ $p(D, k)$ ($k=1, 2, \dots$)はk個の観測点によって区別されるDに属する絵の最大個数として定義される．また，k個の観測点 $p(D, k)$ を実現するとき最良であると呼ぶ．我々は様々な絵の集まりに対して，最大型複雑さと最良観測点を研究した．この研究はパターン認識の問題への応用をもつ．

研究成果の学術的意義や社会的意義

有限個所の観測から全体のパターンを認識し識別することがパターン認識の基本原則である．このことの可能性や能率の良さ・限界について理論的考察を行った．これは実際問題への応用をもつとともに，問題の本質を明確化する大事な意味をもっている．さらに，n個の観測から得られる最大の情報量(最大型複雑さ)についての研究を行った．nに関するこれの漸近増加量 $P(n) \exp(\alpha n)$ の α はエントロピーとして知られている．これ次ぐ新たな量として多項式Pの次元を考察した．

研究成果の概要(英文)：We introduced the notion of the maximal pattern complexity for a family D of pictures on a canvas C. That is, let A be a finite set of the informations about colors, etc. at one point on the canvas. Then, an element in the power set (A to D) becomes a picture drawn on the canvas C, and a subset D of it becomes a family of pictures on C. The maximal pattern complexity $p(D, k)$ ($k=1, 2, \dots$) is defined as the maximum number of pictures in D distinguished by the observation at k sampling points. We call a k sampling point optimal if it attains $p(D, k)$. We studied for various families of pictures what is the maximal pattern complexity, what is an optimal sampling points. Our studies have applications to the pattern recognition problem.

研究分野：エルゴード理論と記号力学系

キーワード：最大型複雑さ パターン認識 エントロピー

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

記号力学系において導入された最大型複雑さをパターン認識の問題へ応用することに興味を持った。元来有限アルファベットの一次元配置に対して定義された最大型複雑さを一般次元への配置に対して定義し、とくに平面上の有限アルファベット配置は平面に描かれた絵と考えられる。このようなものの集合が n 観測点の情報によってどれだけ分別できるか、この分別個数の最大値として最大型複雑さ $p(n)$ は定義される。また、この最大値を与える n 観測点を最良観測点と呼ぶ。与えられた絵の集合に対して $p(n)$ と最良観測点を求めること、 n が大きくなるときの $p(n)$ の漸近的性質から絵の集合に関する情報量を導入し研究することに興味を持っていた。また「ランダムとは何か?」という問いに興味を持ち、確率論および数理理論の立場からこれを追求してきた。Kolmogorov による確率概念の定式化以前に von Mises が導入した確率概念 collective は、Kolmogorov の定式化より具体性を持ち、個々の記号列に対するランダムネスの議論に適している。長さ有限のすべての記号列が独立同一分布確率変数列としての期待値どおりの頻度で出現する長さ無限の記号列は正規列と呼ばれ 20 世紀初頭 E. Borel によって導入された。私はこの正規列が von Mises の意味での collective にどれだけ近いかを 1973 年の論文で論じた。Church により再定式化された collective は無限の記号列であって、それまでに出現した記号列を見て、次の記号を選択するかどうかを計算可能な方法によって決定する限り、選択された記号列における各記号の頻度は元の記号列と同じであるという性質によって特徴付けられる。それまでに出現した記号列と無関係にあらかじめ選ばれた無限番号列により選択する場合、正規列はどのような無限番号列に対して頻度不変となるかを決定した。すなわち、無限番号列が 0 エントロピーと正の密度を持つことが必要十分となる。正規列に対するこれらの結果は、今でも様々な乱数列に拡張され論じられている。Kolmogorov-Chaitin によるアルゴリズム的複雑さはランダムネスをアルゴリズムの立場からとらえる有力な手段である。私は 1973 年の論文でこの意味での情報量を論じ、すべての大きな自然数は何事に対しても一定の意味を持つ普遍的情報を所有していることを示した。この事実は、その後も “oracle” と呼ばれ論じられている。この Kolmogorov-Chaitin による複雑さは記号列のランダムネスを一つの数値として表現する量として理論的には完璧なものであるが、計算可能でないという欠点とともに有限の任意性をともなうという欠点があり、実用的ではない。私は理論的・実用的の両側面から完璧とはいえずともランダムネスの判定基準として十分満足できる量 (Sigma 値) を提案した。この研究を発展させたいと思っていた。

2. 研究の目的

パターン認識において有限個の観測から区別されるパターンの最大個数 (最大型複雑) は大事な量である。これにの指数的增加における指数はエントロピーとして知られている。これに次ぐ多項式増加量の次数について考察する。また、パターン認識における最適標本点集合の存在条件を調べる。さらにランダムネスの基準として導入した Sigma 値をもとにした乱数の生成とその応用を研究したい。

3. 研究の方法

元配置における観測の問題に適用する。そして最良観測点を求めるとともに、パターン集合の含む情報量の量的把握に努めたい。これについてはエントロピーに次ぐより詳細な情報量を導入し考察する。ランダムネス評価の Sigma 値については独立同一分布以外の分布に適用できるランダムネス評価へと拡張し、確率論的考察を深めることを目指す。

4. 研究成果

(1) 最大型複雑さとパターン認識 $\#A \geq 2$ を満たす有限集合 A 、無限集合 Ω と A の空でない部分集合 Ω が与えられている。 $\#S = k$ を満たす Ω の部分集合の全体を $Fk(\Omega)$ と記し、 $F(\Omega) = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} Fk(\Omega)$ と記す。 Ω の S への制限 $\Omega|_S$ の元の個数 $\#\Omega|_S$ を $p_\Omega(S)$ と記し、 Ω の S での複雑さと呼ぶ。すなわち、 Ω の元 ω の S への制限 $\omega|_S$ として得られる写像 $|\omega|_S$ で異なるものの総数である。 Ω の最大型複雑さ $p^* \Omega(k)$ は $k = 1, 2, \dots$ の関数として、 $p^* \Omega(k) = \sup_S Fk(\Omega) p_\Omega(S)$ と定義される。最大型複雑さは 2002 年私の共著論文において導入された。当初は A に属す記号の無限列 $\omega \in A^\mathbb{N}$ に対して、 $p^* \Omega(k) = \sup \{s_1 \leq \dots \leq 2k \mid \omega|_S \in Fk(\Omega)\}$ となる k が存在することと同値となる。したがって、 $p^* \Omega(k) = 2k$ がすべての $k = 1, 2, \dots$ に対して成立する Ω は aperiodic なものの中で最小の最大型複雑さを持つものであり、上記の論文で詳細に論じられた。また、力学系 (Ω, T) が適当な不変確率測度の下で部分的に連続スペクトルを持てば $p^* \Omega(k)$ は k に関して指数的に増加することが示された。2006 年以後、私は必ずしも N ではない一般の添え字空間 Ω 上の集合 Ω の最大型複雑さについて、中国で多くの共同研究を行った。さらに、これらの研究をパターン認識の問題へと発展させた。すなわち、 A を空間 Ω の各点に配置される色や明るさについてのデジタル情報と考えると、 A は Ω 上に描かれた画像と見なされ、 Ω は画像の集合となる。これらの識別のため標本点集合 $S \subset \Omega$ の情報 $|\omega|_S$ が用いられる。サイズ k の標本点集合で最大限識別できる Ω の個数が $p^* \Omega(k)$ である。この最大値を実現する $Fk(\Omega)$ の元 S は最良の標本点集合といえる。 $p^* \Omega(k)$ の値とともに最良の標本点集合をいかにして求めるかという研究は、パターン認識の観点から重要となる。数学的に

設定されたいくつかの Ω に対して、これらの解が得られている。他方、一標本点当たりの情報量 $\log p^*_{\Omega}(k)/k$ の極限、すなわち、エントロピーについて次の結果が得られた。「 $h(\Omega) := \limk \log p^*_{\Omega}(k)/k$ が存在し、 $\log 1, \log 2, \dots, \log \#A$ のいずれかの限られた値をとる。」一般に無限集合 Ω と写像 $\phi: \Omega \times A \rightarrow A$ が与えられたとき、 ϕ を Ω と A の間の双対性写像と呼ぶ。上記のような無限集合 Ω と A に対して、 $\phi(\cdot, \sigma) = \phi(\cdot, \sigma)$ と定義すると Ω と A の間の双対性写像が定義される。このとき、双対性 ϕ の下での Ω の複雑さ $p^*(T)$ が $\#\{\phi(\cdot, \sigma) \mid T; \sigma \in A\}$ と定義される。ここで、 $T \in F(\Omega)$ で $\phi(\cdot, \sigma)$ は写像 $\Omega \rightarrow A$ を意味し、したがって、 $\phi(\cdot, \sigma) \in A^{\Omega}$ となる。また、 Ω の最大型複雑さが $p^*_{\Omega}(k) = \sup_{T \in F(\Omega)} p^*(T)$ と定義される。このとき、 $p^*_{\Omega}(k) = p^*(k)$ は一般には成立しないが、上記エントロピーについては $h(\Omega) = h(\Sigma)$ となることが示された。(2) ランダムネスとアルゴリズムの複雑さ ランダムネスの評価基準としてどうにゆうされた Sigma 値は乱数検定や乱数生成に应用できることが示された。任意の有限列から出発し、Sigma 値を最小にするよう拡張されてゆく無限列は Sigma 値の観点からの乱数列となるが、これはカイ2乗検定を非常に良い水準で合格する。このような乱数列はモンテカルロ法にとくに有効である。このような乱数列の理論的考察も進めた。例えば、一般に正規列はこの意味でランダムとはならないが、とくに、Champernowne 正規列はこの意味でランダムとなることが分かった。さらに 独立同一分布以外の分布に適用できるランダムネス評価へと拡張し、確率論的考察を深めた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 16件 / うち国際共著 9件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Teturo Kamae, Dong Han Kim and Yu-Mei Xue	4. 巻 80-A Part 2
2. 論文標題 Randomness criterion Sigma and its applications	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Sankhya	6. 最初と最後の頁 356-384
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13171-017-0117-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Teturo Kamae, Yu Zheng and Li Peng	4. 巻 38-10
2. 論文標題 Characterization of noncorrelated pattern sequences and correlation dimensions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 .5085-5103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2018223	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Teturo Kamae	4. 巻 37-3
2. 論文標題 Entropy estimate by a randomness criterion	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Ergodic Theory and Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 802-823
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/etds.2015.79	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Teturo Kamae, Dong Han Kim and Yu-Mei Xue	4. 巻
2. 論文標題 Randomness criterion ¥Sigma and its applications	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Sankhya A	6. 最初と最後の頁
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13171-017-0117-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Teturo Kamae	4. 巻 37
2. 論文標題 Entropy estimate by a randomness criterion	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Ergodic Theory and Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 802-823
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/etds.2015.79	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Teturo Kamae & Yu-Mei Xue	4. 巻 437
2. 論文標題 Local time of self-affine sets of Brownian motion type, revisited	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 638-644
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Teturo Kamae & Yu-Mei Xue	4. 巻 89
2. 論文標題 Holder equivalence of homogeneous Moran sets	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Publicationes Mathematicae Debrecen	6. 最初と最後の頁 233-242
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5486/PMD.2016.7538	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Teturo Kamae and Li Peng	4. 巻 未定
2. 論文標題 Spectral measure of the Thue-Morse sequence and the dynamical system and random walk related to it	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Ergodic Theory and Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/etds.2014.121	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Teturo Kamae, Jun Luo and Bo TAN	4. 巻 23-2
2. 論文標題 A Glueing Lemma for Iterated Function Systems	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 FRACTALS	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218348X1550019X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Teturo Kamae	4. 巻 未定
2. 論文標題 Entropy estimate by a randomness criterion	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Ergodic Theory and Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Teturo Kamae and Yu-Mei XUE	4. 巻 未定
2. 論文標題 Local time of self-affine sets of Brownian motion type β ; revisited	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Teturo Kamae and Yu-Mei XUE	4. 巻 未定
2. 論文標題 Holder equivalence of homogeneous Moran sets	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Publicationes Mathematicae	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T.Kamae, S. Widmer and L. Q. Zamboni	4. 巻 35
2. 論文標題 Abelian maximal pattern complexity of words	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Ergodic Theory and Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 142-151
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T.Kamae and Yu-Mei.Xue	4. 巻 77-1
2. 論文標題 An easy criterion for randomness	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Sankhya (Series A)	6. 最初と最後の頁 126-152
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yu-Mei.Xue and T.Kamae	4. 巻 419
2. 論文標題 Local time of self-affine sets of Brownian motion type and the jigsaw puzzle problem	5. 発行年 2014年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 79-93
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Li Peng and T.Kamae	4. 巻 423
2. 論文標題 Hausdorff dimension of the level sets of self-affine functions	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 1400-1409
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 釜江哲朗
2. 発表標題 2次元配置のランダムネス
3. 学会等名 ワークショップ「数論とエルゴード理論」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Teturo Kamae
2. 発表標題 Normal numbers as configurations on \mathbb{N}^2
3. 学会等名 Diophantine Analysis and Related Fields 2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Teturo Kamae
2. 発表標題 Entropy estimate
3. 学会等名 Workshop on Measurable and Topological Dynamics
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Teturo Kamae
2. 発表標題 How to measure randomness
3. 学会等名 Morning Side連続講演
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Teturo Kamae
2. 発表標題 Self-affine functions of Brownian motion type
3. 学会等名 研究集会「エルゴード理論とその周辺」
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Teturo Kamae
2. 発表標題 Algebraicity of formal power series over a finite field
3. 学会等名 Sino-Japanese Workshop on Dynamic Systems and Fractals
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Teturo Kamae
2. 発表標題 Algebraicity of formal power series over a finite field
3. 学会等名 研究集会「数論とエルゴード理論」
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 釜江哲朗
2. 発表標題 Entropy estimation
3. 学会等名 研究集会「エルゴード理論とその周辺」
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 釜江哲朗
2. 発表標題 Criterion of randomness
3. 学会等名 Workshop「数論とエルゴード理論」
4. 発表年 2015年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----