

平成 31 年 4 月 18 日現在

機関番号：34504

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2018

課題番号：26400127

研究課題名(和文)可積分離散非線型シュレーディンガー方程式の漸近解析

研究課題名(英文)Asymptotic analysis of the integrable discrete nonlinear Schrodinger equation

研究代表者

山根 英司(Yamane, Hideshi)

関西学院大学・理工学部・教授

研究者番号：80286145

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 800,000円

研究成果の概要(和文)：可積分な離散非線形シュレーディンガー方程式についてfocusingで反射がある場合でも解が1ソリトンたちの和に漸近すること(soliton resolution)を厳密に証明した。また、位相のずれ(phase shift)を表す具体的な公式を得た。位相のずれの公式はソリトンの速さによって異なる。すなわち、timelikeな領域では、他のソリトンの速さだけでなく反射係数も影響する。Spacelikeな領域では反射係数は影響しない。証明に用いる方法は逆散乱法と非線形鞍点法である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

離散非線形シュレーディンガー方程式は電子回路のモデルに現れる重要な方程式であるばかりか、離散幾何学(コンピュータグラフィックスとも関係がある)や統計物理など、様々な分野に現れる有名な方程式である。そのような方程式の解の時間無限大における挙動を調べることにより、各種の現象についてより良い理解が得られる。離散非線形シュレーディンガー方程式にもさまざまな種類があるが、なかでも可積分なものについては詳しい情報が得られ、他の場合を調べるときの指針となる。

研究成果の概要(英文)：I studied the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation by using the inverse scattering method and the method of nonlinear Schrodinger equation. It has been proved that the soliton resolution conjecture is valid in this case: a reasonable solution splits into a sum of 1-solitons for large time. Phase shift formulas have been obtained. In the timelike region, phase shift is determined by the velocities of solitons and the reflection coefficient. In the spacelike region, it is determined by the velocities of solitons only and the reflection coefficient is irrelevant. Moreover, I studied some Riemann-Hilbert problems under rather general assumptions. It will be a basis of a satisfactory inverse scattering theory of the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation.

研究分野：数理物理

キーワード：可積分系 ソリトン 関数方程式

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

可積分な離散非線形シュレーディンガー方程式の解について時間無限大での挙動を調べるという問題がある。Focusing な方程式で無反射な場合については、多重ソリトンが時間無限大で1ソリトンの和に漸近することが知られていた。ただし、証明は厳密なものではなかった。さらに、defocusing な場合については報告者による研究があった。残るのは focusing で反射がある場合である。この種の問題は、他の方程式については、nonlinear steepest descent による諸結果があった。

2. 研究の目的

focusing 可積分な離散非線形シュレーディンガー方程式の初期値問題について、初期値が反射を持つ場合に、解について時間無限大での挙動を調べることが問題である。広く soliton resolution と呼ばれる現象、すなわち、解が1ソリトンたちの和に漸近する現象が起きることを証明するのが目的である。さらに、1ソリトンたちの位相のずれ(phase shift)を表す具体的な公式を求めることも目的である。それに加えて、逆散乱理論の基礎付けを従来よりも充実したものにしたい。

3. 研究の方法

Nonlinear steepest descent (非線形鞍点法)と呼ばれる方法を用いる。これは逆散乱法とリーマン・ヒルベルト問題に基づいている。ソリトンがある場合は極のあるリーマン・ヒルベルト問題を解かねばならないので難しい。戸田格子やKdV方程式に関する既存の研究を参考にして、このようなリーマン・ヒルベルト問題を調べる。

4. 研究成果

可積分な離散非線形シュレーディンガー方程式について focusing で反射がある場合でも解が1ソリトンたちの和に漸近すること(soliton resolution)を厳密に証明した。また、位相のずれ(phase shift)を表す具体的な公式を得た。位相のずれの公式はソリトンの速さによって異なる。すなわち、timelike な領域では、他のソリトンの速さだけでなく反射係数も影響する。Spacelike な領域では反射係数は影響しない。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 6 件)

Hideshi Yamane, Soliton Resolution for the Focusing Integrable Discrete Nonlinear Schrodinger Equation, Formal and Analytic Solutions of Diff. Equations, Formal and Analytic Solutions of Diff. Equations, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, 査読有, vol.256 (2018), 95-102

Hideshi Yamane, Asymptotic analysis based on the inverse scattering method, RIMS Kokyuroku Bessatsu 査読有, B63: Regularity and singularity for partial differential equations with conservation laws (2017), 1-13.

Hideshi Yamane, 可積分離散非線型シュレーディンガー方程式の漸近解析, 九大応用力学研究所 研究集会報告 査読有, 26-A0-S2 非線型波動研究の現状--課題と展望を探る(2015), 60-65.

Hideshi Yamane, Long-time asymptotics for the defocusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation II, SIGMA (Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications) 査読有, 11 (2015), 020, 17 pages.

Hideshi Yamane, Long-time asymptotics for the defocusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, J. Math. Soc. Japan, 査読有, Vol. 66, No. 3 (2014), 765-803

Hideshi Yamane, Inverse scattering and the long-time asymptotics of the defocusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, 数理解析研究所講究録, 査読無, 1861 (2014) , 11-16

[学会発表](計 11 件)

Hideshi Yamane, Asymptotics for the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger Equation, SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures, 2018年

Hideshi Yamane, Asymptotics for the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, Workshop on rogue waves and integrable systems, 2018年

Hideshi Yamane, Asymptotics for the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, FASdiff17 (Formal and Analytic Solutions of Diff. (differential, partial differential, difference, q-difference, q-difference-differential,...) Equations, 2017年

Hideshi Yamane, Long-time asymptotics for the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation The 7th international conference on nonlinear mathematical physics and the 14th national workshop on solitons and integrable systems, 2017年

Hideshi Yamane, Asymptotics for the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, 2nd IMA Conference on Nonlinearity and Coherent Structures, 2017年

Hideshi Yamane, Asymptotics for the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, International Conference on Special Functions, 2017年

Hideshi Yamane, Asymptotics for the focusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, The 3rd Joint Workshop on Integrable Systems, 2016年

Hideshi Yamane, Asymptotics for the defocusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, International conference on partial differential equations: general theory and variational problems, 2016年

Hideshi Yamane, Asymptotics for the defocusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM), 2015年

Hideshi Yamane, Asymptotics for the defocusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, ISAAC, 2015年

Hideshi Yamane, The asymptotics for the defocusing integrable discrete nonlinear Schrodinger equation, 2014 SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures, 2014年

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年:

国内外の別:

取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等 <https://sci-tech.ksc.kwansei.ac.jp/~yamane>

6. 研究組織

(1) 研究分担者

なし

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

(2) 研究協力者

なし

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。