

平成 29 年 5 月 29 日現在

機関番号：17401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26400143

研究課題名(和文) 重み付きマルコフ過程の関数解析学的研究とその応用

研究課題名(英文) Functional analysis for weighted Markov processes and its applications

研究代表者

金 大弘 (Kim, Daehong)

熊本大学・大学院先端科学研究部(工)・教授

研究者番号：50336202

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、必ずしも有界変動ではないエネルギー零の加法汎関数による一般化されたファインマン・カッツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程に関する様々な性質とその周辺問題を、ディリクレ形式論やポテンシャル論といった関数解析学的取り組みを通じて扱うことで、既存の重み付き対称マルコフ過程における様々な確率論的主張およびその応用分野の諸問題に対して、新しくより見通しの良い関数解析学的理論展開を構築することができた。

研究成果の概要(英文)：In this research, we were able to investigate several properties of weighted stochastic processes induced by generalized Feynman-Kac functionals with continuous additive functionals of zero energy which is not necessarily of zero quadratic variation, using the theory of weighted Markov processes and their analytic counterparts.

研究分野：数物系科学

キーワード：確率論 確率解析 確率過程論 ディリクレ形式論

1. 研究開始当初の背景

(1) 有界変動な加法汎関数による局所型ファインマン・カツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程に関する確率論的問題は、M. Silverstein 氏や福島正俊氏によって発展されてきたディリクレ形式論やポテンシャル論といった関数解析学的理論と深い繋がりがあり、非常に有効な手法としてその明快な理論構築がなされている。また、重み付き対称マルコフ過程の滞在時間分布に関する大偏差原理や重み関数の可積分性に関する問題、重み付き対称マルコフ過程における半群のスペクトル半径の独立性や熱核の安定性に関する問題、処罰問題と呼ばれているファインマン・カツ汎関数を正規化して得られる測度に対する極限問題など、対称マルコフ過程をめぐる重要な応用問題の取り組みに関しても上述した関数解析学的アプローチは非常に汎用性のある手法として確立されている。

(2) 有界変動な加法汎関数による非局所型ファインマン・カツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程における類似の問題も、純飛躍型ギルサノフ変換を用いてそのマルコフ過程を変換することにより、局所型重み付きの問題に帰着させることができる。一方では、必ずしも有界変動ではない加法汎関数によるファインマン・カツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程における類似の問題に対しては、一部の部分的な結果を除けばその発展的な取り組みはなく殆ど詳しく研究されていない上で、その関連する周辺問題への応用研究もその必要性に答えられていない。

2. 研究の目的

(1) 本研究では、数理物理分野やシュレディンガー作用素論などにおいてその必要性が幅広く要求されつつある加法汎関数によるファインマン・カツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程に関する大域的性質とその周辺問題を、ディリクレ形式論やポテンシャル論といった関数解析学的取り組みを通じて扱うことで、重み付き対称マルコフ過程における様々な確率論的主張およびその応用分野の諸問題に対して、新しくより見通しの良い関数解析学的理論展開を構築することを目的とした。

(2) もう一つの重要な本研究での目的としては、必ずしも有界変動ではない加法汎関数によるファインマン・カツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程における類似の問題に対しては、一部の部分的な結果を除けばその発展的な取り組みはなく殆ど詳しく研究されていない上で、その関連する周辺問題への応用研究もその必要性に答えられていない。

3. 研究の方法

(1) 本研究は、申請者と分担者である桑江一洋氏とて定期的に研究打ち合わせを実施することで共同研究を行い、その成果を連携研究者の上村稔大氏と塩沢裕一氏に検討をお願いする形で研究を進行させてきた。また、関連する最新の研究資料と情報の収集や類似分野の書籍・論文集などを購入することで、それらを通じて研究に必要な知識や手法も修得した。

(2) アメリカ University of Washington の Z.-Q. Chen 氏や韓国ソウル大学の Panki Kim 氏、韓国ハングョン大学の Hyun Je Yoo 氏など、国内外の他の関連研究者との定期的な研究打ち合わせや情報交換を行うことで、新しい応用分野への共同研究の実施とその研究成果を本研究に還元することができた。

4. 研究成果

本研究期間中に挙げられた研究成果は大きく分けて4つの分野別テーマに渡る。

(1) 一般化されたファインマン・カツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程における Donsker-Varadhan 型大偏差原理とその応用としてファインマン・カツ半群の L_p 独立性について新しい結果を得た。ポテンシャル汎関数に対応する Revuz 測度における既存の条件などを最も弱いものとして改良した(発表論文を参照)。また、このテーマにおいては対称マルコフ過程の大域的性質である規約性が大偏差理論を駆使する限り必要となるが、University of Washington の Z.-Q. Chen 氏と分担者の桑江一洋氏との共同研究でファインマン・カツ汎関数の計測可能性における解析的判定条件を利用することで、対称マルコフ過程の規約性を仮定しない場合やエネルギー零汎関数に現れる関数が非有界の場合においても同様の展開ができ、既存の結果をはるかに拡張した(研究成果は現在投稿中)。

(2) ファインマン・カツ汎関数の計測可能性とそのスペクトルボトムからの解析的特徴付け問題について、飛躍型加法汎関数やエネルギー零の加法汎関数を含む最も一般的な場合において新しい理論を展開した(発表論文を参照)。また、この研究から明らかになった事実としてスペクトルボトムからの解析的特徴付けは一意的ではないことから誘導される、様々な解析的特徴付けの同等性およびその具体的な例における研究成果も得ることができた(発表論文を参照)。なお、発表論文の成果はこの問題を考察する過程で提起されたものである。

(3) ファインマン・カツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程における熱核の安定性について、上述した(2)での研究成果を応用することで、安定過程の場合において新し

い結果を得た(発表論文を参照)。また、このアイデアは安定過程の場合だけではなく、もっと一般的な対称マルコフ過程の枠組みで論じることができる。この研究ではポテンシャル測度に関する既存の条件においてシュレディンガー作用素の劣臨界性とファインマン・カツ汎関数の計測可能性に対するグリーン緊密性条件に劇的な発展があった(研究成果は現在投稿中)。更に、発表論文の結果から誘導される問題として、一般化されたファインマン・カツ変換から定式化されるある処罰問題について、その収束性に関する結果を得ることができた(発表論文を参照)。

(4) 一般化されたファインマン・カツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程における計測理論とその計測可能性における解析的特徴付けを駆使し、対応するシュレディンガー作用素の最大値原理との同等性問題やリウヴィル性との関連性について新しく拡張された研究成果を得た(発表論文を参照)。また、一般的な対称ディリクレ形式マルコフ過程の枠組みで Silverstein 拡大の一意性に関する新展開もあった(発表論文を参照)。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 11 件)

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae, General analytic characterization of gaugeability for Feynman-Kac functionals, Math. Ann. 査読有, 2017, 掲載決定.
(<http://link.springer.com/article/10.1007/s00208-017-1516-4>)

Mila Kurniawaty, Kazuhiro Kuwae and Kaneharu Tsuchida, On doubly Feller property of resolvent, Kyoto J. Math. 査読有, 2017, 掲載決定.

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae, Analytic characterizations of gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals, Trans. Amer. Math. Soc. 査読有, Vol. 369, No. 7, 2017, 4545-4596.

Daehong Kim and Masakuni Matsuura, Convergence of measures penalized by generalized Feynman-Kac transforms, Tohoku J. Math. 査読有, Vol. 68, No. 4, 2016, 569-589.

Daehong Kim, Kazuhiro Kuwae and Yoshihiro Tawara, Large deviation

principles for generalized Feynman-Kac functionals and its applications, Tohoku J. Math. 査読有, Vol. 68, No. 2, 2016, 161-197.

Daehong Kim, Mila Kurniawaty and Kazuhiro Kuwae, A refinement of analytic characterizations of gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals, Illinois J. Math. 査読有, Vol. 59, No. 3, 2015, 717-771.

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae, On a stability of heat kernel estimates under generalized non-local Feynman-Kac perturbations for stable-like processes, Festschrift Masatoshi Fukushima Interdiscip. Math. Sci., 査読有, Vol. 17, 2015, 287-305.

Kazuhiro Kuwae, Resolvent flows for convex functionals and p-harmonic maps, Anal. Geom. Metr. Spaces 3, 査読有, 2015, 46-72.

Kazuhiro Kuwae and Yuichi Shiozawa, A remark on the uniqueness of Silverstein extensions of symmetric Dirichlet forms, Math. Nachr. 査読有, Vol. 288, No. 4, 2015, 389-401.

Eiki Kokubo and Kazuhiro Kuwae, On spectral bounds for symmetric Markov chains with coarse Ricci curvatures, Rev. Roumaine Math. Pures Appl. 査読有, Vol. 59, No. 1, 2014, 123-155.

Kazuhiro Kuwae, Jensen's inequality on convex spaces, Calc. Var. Partial Differential Equations, 査読有, Vol. 49, No. 3-4, 2014, 1359-1378.

[学会発表](計 10 件)

Daehong Kim, Remark on unavoidable sets of time inhomogeneous diffusions in ergodic random environments, マルコフ過程とその周辺 (2017, 01.08), 徳島.

Daehong Kim, General analytic characterization of gaugeability for Feynman-Kac functionals, 3rd Workshop on Probability Theory and its Applications, (2016, 12.16), KIAS, Korea.

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae, Lp-independence of spectral radius for

generalized Feynman-Kac semigroup,
3rd Workshop on Probability Theory
and its Applications, (2016, 12.17),
KIAS, Korea.

Daehong Kim, Unavoidable sets of
certain time inhomogeneous diffusions
in random media,
International Conference for Korean
Math. Soc. 70th Anniversary, (2016, 10.
22), Seoul National University, Korea.

Daehong Kim, Absolute continuity and
relative entropy for probability
measures induced by a certain
Girsanov transform, Probability
Seminar, (2016, 05.07), Seoul National
University, Korea.

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae,
Stability of heat kernel estimates
under Feynman-Kac perturbations for
symmetric Markov processes, Summer
School on Dirichlet forms and
Stochastic Analysis (2015, 08.13), 関西
大学.

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae,
Analytic characterizations of gaugeabil-
ity for generalized Feynman-Kac
functionals, Summer School on
Dirichlet forms and Stochastic
Analysis, (2015, 08.13), 関西大学.

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae,
On a stability of heat kernel estimates
under generalized non-local Feynman-
Kac perturbations for stable-like
processes, 確率論シンポジウム, (2014,
12. 16), 京都大学数理解析研究所.

Daehong Kim and Masakuni Matsuura,
Convergence of measures penalized by
generalized Feynman-Kac transforms.
International Conference on Stochastic
Processes, Analysis and Mathematical
Physics, (2014, 08.13), 関西大学.

Daehong Kim, Convergence of measure
penalized by generalized Feynman-Kac
transforms. 7th International
Conference on Stochastic Analysis and
Applications, (2014, 08.26), Seoul
National University, Korea.

研究者番号 : 50336202

(2)研究分担者

桑江 一洋 (KUWAE, Kazuhiro)
福岡大学・理学部・教授
研究者番号 : 80243814

(3)連携研究者

上村 稔大 (UEMURA, Toshihiro)
関西大学・理工学部・教授
研究者番号 : 30285332

塩沢 裕一 (SHIOZAWA, Yuichi)
大阪大学・理学部・准教授
研究者番号 : 60454518

6 . 研究組織

(1)研究代表者

金 大弘 (KIM, Daehong)
熊本大学・先端科学研究部・教授