

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 5 月 24 日現在

機関番号：34315

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26400152

研究課題名(和文)非因果的確率微分方程式の基礎的研究

研究課題名(英文)Study on basic properties of the noncausal stochastic differential equations

研究代表者

小川 重義 (OGAWA, SHIGEYOSHI)

立命館大学・薬学部・非常勤講師

研究者番号：80101137

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：非因果的確率解析の次の諸課題について基礎的および応用的研究を行った；1．白色雑音を主要部の係数に持つ一階確率偏微分方程式(ブラウン粒子方程式)の初期値問題の解の構造の研究、2．確率微分方程式の非因果的初期値問題の研究、3．フレドホルム型確率積分方程式の解の構造、4．確率フーリエ変換の基礎的研究。
それぞれの課題について当初の目標をほぼ達成した；発表論文数7編(6編は欧文専門誌一査読ありーに掲載済)、国内外の学会、研究会での講演件数は19。主課題について2016年までの成果を纏め2017年Springerから単行本(Noncausal Stochastic Calculus)として刊行した。

研究成果の概要(英文)：The main subject of the research is "the study on the basic properties of the noncausal stochastic functional equations, including the stochastic differential, stochastic partial differential, and integral equations" As the models of those noncausal equations we have chosen those equations that appear in the application domain of mathematical physics and finances. On each case, we have achieved almost every aim that we listed as main problems. As the result, we have published 9 articles and made about 19 lectures in the mathematical meeting and conferences.

研究分野：確率論

キーワード：非因果的確率解析 テム 確率モデル 確率積分 確率微分方程式 確率偏微分方程式 確率フーリエ変換 非因果的シス

1. 研究開始当初の背景

主題「非因果的確率解析」の研究そのものは1979年の非因果的確率積分(いわゆるOgawa Integral)の導入と非因果的確率微分方程式(noncausal SDE)の研究を端緒としており、本研究計画の開始時(2014年)には既に35年余の歴史があった。従って、非因果的確率積分とそれに基づく非因果的確率解析の基礎的研究、およびその応用課題としての「ブラウン粒子方程式(ガウス白色雑音を主要部の係数を持つ一階確率偏微分方程式)の初期値問題」、「非因果的環境下(非因果的初期値、係数)のSDE」、「フレドホルム型確率積分方程式」に関してある程度の先行研究結果はできていた。本研究計画では全期間を通じてこれら全ての基礎的、応用的課題に研究を深めて行くことを目標とした。

2. 研究の目的

数理科学上重要となる非因果的性格をもつ種々の確率関数方程式(即ち、非因果的係数を持つ確率微分方程式、或は確率微分方程式の非因果的初期値問題、確率偏微分方程式(ブラウン粒子方程式)及びフレドホルム型確率積分方程式等)について、それぞれの解の構造を解明すること、並びにそれらの研究上現れる非因果的確率解析の基礎的諸問題を通して非因果的解析理論の発展を計ること。

3. 研究の方法

冒頭に掲げた4つの主要課題;(1)非因果的確率微分方程式の解の構造、(2)ブラウン粒子方程式の解の構成と非線形問題への応用、(3)フレドホルム型確率積分方程式の解の構造、(4)これら応用的問題から派生する非因果的確率解析の基礎的問題の研究、例えば(1)の研究では非因果的伊藤公式の提案、(2)ではギルサノフ定理の非因果型拡張定理の導出、(3)の研究では確率フーリエ変換の特に可逆性について、などがあり、これらを非因果的確率解析理論の基礎的課題として研究を進めた。

応用的課題である(1)(2)(3)については優先順位を決めず、端的に言えば解けるものから着手していき、そのつど上研究成果は論文にまとめ専門欧文誌に投稿するとともに内外の学会、研究会で発表をしていくことにした。

4. 研究成果

上に挙げた(1)(2)(3)の各課題についてほぼ計画目標を達成した。更にそれらから派生する非因果的確率解析の基礎的問題(4)についても具体的な成果を上げ、今後も研究を継続する方針である。

得られた成果のうち特に数理物理学や数理ファイナンス理論に関連するものの一部を特筆すれば、(1)ではブラウン粒子方程式の初期値問題について「確率特性線の方法」の有効性を示し、これは同時に数理物理学に現れる Feynman-Kac's formula の幾何学的

背景を明らかにするものであり、更に応用として数理ファイナンス理論でも現れる Girsanov's Theorem の非因果的拡張定理も示すことができた。

またこれらの結果が非線形拡散方程式の数値近似にも応用できることが一例により示された。(2)の研究では、非因果的 SDE の解の性質を示す結果を得、応用として Fractional Black-Sholes Model にあたる SDE の解の構成(確率特性線の方法)について基本的な事柄を示した。(3)の研究からは「確率フーリエ変換」という新しい研究素材が浮上し、これの基本的性質について多くの研究が2018年現在も活発に進行中である。

研究成果を数字としてまとめれば、本研究計画の全期間(2014-2017)の4年間を通して、発表した論文数は7編、うち6編は欧文専門誌(査読あり)に掲載済みである。国内外の学会、研究会における講演件数は17件(うち招待講演は7件)となった。非因果的確率解析の理論は具体的には「非因果的確率積分(Ogawa, S., 1979)の導入」に始まるが、本研究課題の中間的記録として、2016年までの研究成果を系統的にをまとめたものが、2017年8月に Springer から単行本 "Noncausal Stochastic Calculus" (Ogawa, S. 単著)として刊行されたことは個人的にも大きな出来事としてこの報告書に記載するものである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計7件)

- Ogawa, S.,
"Direct inversion formulas for the natural SFT",
Sankhya A, (査読有) ISSN 0976-836X,
Feb.(2018), 1 -13
DOI 10.1007/s13171-018-0128-8
Kerkyacharian, G., Ogawa, S., Petrushev, P. and Picard, D.,
"Regularity of Gaussian processes on Dirichlet spaces",
Constructive Approximation, vol.47,
(査読有)ISSN 0176-4276, Feb.(2018),
277 -320
DOI 10.1007/s00365-018-9416-8
Ogawa, S and Uemura, H.,
"Some aspects of strong inversion formulas of an SFT",
JJAIM (査読有) vol.35, No.1, Jan.
(2018), 373--390
DOI 10.1007/s13160-017-0295-3
Ogawa, S.,
"BPE and a Noncausal Girsanov's Theorem"
Sankhya A, (査読有)vol 2, (2016),1-20

DOI 10.1007/s13171-016-0087-x
Ogawa,S and Uemura,H.,
"On the identification of noncausal functions from the SFCs", RIMS Kokyuroku 1952, (2015),128-134
<http://hdl.handle.net/2433/223980>
Ogawa,S.,
"A direct inversion formula for SFT", Sankhya A, (査読有) 77-1 (2015) 30-45
DOI 10.1007/s13171-014-0056-1
Ogawa, S. and Uemura, H.,
"Identification of pseudo Ito processes from their SFCs"
Bulletin des Sciences Mathematiques, (査読有) 138-1 (2014) 147-163
DOI 10.1016/j. BulSci 12.003

[学会発表](計 17 件)

小川重義

"An essay on deterministic numerical solution of the SDE",
Workshop「準乱数とその周辺」(招待講演) 2018 年

小川重義

"On a regularity of Gaussian processes indexed by Dirichlet spaces",
日本数学会 2018 年度年会 2018 年

小川重義、植村英明

「確率フーリエ変換の逆変換式について」、日本数学会 2017 年度年会 2017 年

Ogawa,S.
"On the direct inversion formulae for the natural SFT", Rencontres en Mathematiques a l' Univ. de Paris-7, (招待講演) 2016

Ogawa,S.

"Some direct inversion formulae for the natural SFT",
Probability Seminar of National Taiwan Univ. (招待講演) 2016

Ogawa,S.

"BPE and a noncausal Girsanov's theorem",
Probability Seminar of National Taiwan Univ. (招待講演) 2016

小川重義、植村英明

「HaarSFC による非因果的関数の同定」,
日本数学会 2016 年度年会 2016 年

小川重義

「非因果的確率解析四方山話」
確率論早春セミナー(招待講演) 2015 年

小川重義、植村英明

"On the identification of noncausal functions from the SFCs"

日本数学会春季総合分科会 2015 年

小川重義

"BPE and a Noncausal Counterpart of Girsanov's Theorem", 日本数学会春季総合分科会 2015 年

Ogawa,S.

"TFS et le probleme de l'inversion",
Seminaire Proba et Statist,at ENSTA
(招待講演) 2014 年

小川重義、植村英明、

"On the identification of pseudo Ito processes from the SFCs",
研究集会「確率論シンポジウム」2014 年

Ogawa,S.

"Noncausal problems in mathematical sciences",
Seminar on Probability of Padova Univ.,2014

Ogawa,S.

"A class of SPDEs called BPEs(2); causality in stochastic mechanics",
Seminar on Probability and Statistics of Math.Inst.of Academia Sinica in Taiwan, (招待講演) 2014 年

Ogawa, S.

"A class of SPDEs called BPEs(1); transport phenomenon with infinite velocity"

Seminar on Probability and Statistics of Math.Inst.of Academia Sinica in Taiwan (招待講演) 2014 年

植村英明、小川重義

"Identification of noncausal functions from the stochastic Fourier coefficients without the aid of a Brownian motion",

研究集会「確率解析とその周辺」, 2014 年

小川重義

"A direct inversion formula for natural SFT",
日本数学会秋季総合分科会 2014 年

[図書](計 1 件)

Ogawa, Shigeyoshi, Springer

"Noncausal Stochastic Calculus"
(Monograph, 212 pages),
ISBN 978-4-431-56574-1, August 2017,
DOI 10.1007/978-4-431-56576-5

[その他]

研究計画期間は過ぎたが研究成果の問い合わせが多く、これに応えるべく、現在ホームページを制作中である。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小川 重義 (OGAWA, Shigeyoshi)

立命館大学・薬学部・非常勤講師

研究者番号: 80101137

(2) 研究分担者

植村 英明 (UEMURA, Hideaki)
愛知教育大学・教育学部・教授
研究者番号： 30203483