

平成 30 年 6 月 26 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26400214

研究課題名(和文) 多種反応拡散系に現れる解構造の新展開と制御

研究課題名(英文) Control of solutions to multi-component reaction diffusion system

研究代表者

小川 知之(Ogawa, Toshiyuki)

明治大学・総合数理学部・専任教授

研究者番号：80211811

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：反応拡散系に現れるパターンを制御する方法を理論的・実験的に開発するのが本研究課題の目標である。Activator-Inhibitor系でActivatorにフィードバック制御を印加することがsemi-passivityという性質を持つことから定常パターン、振動パターンの制御が可能になる。光感受性触媒を用いたBZ反応でフィードバック制御を行うとsemi-passivityは成立しないが、定在波パターンが生じることが数理モデルと実験から明らかになった。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this project is to develop the method of stabilization of the desired patterns by feedback control both theoretically and experimentally. Since activator-inhibitor system which has control input to the activator is semi-passive we can stabilize both stationary and oscillatory patterns. It turns out that we can construct an experimental feedback control system by using photo sensitive BZ reaction although it is not semi-passive. We have checked this fact by simulation for the mathematical model and real experiment.

研究分野：応用解析、現象数理学

キーワード：反応拡散系 大域フィードバック Turing不安定化 自己組織化 パターンの制御 光制御BZ反応 倍周期分岐 結合振動子

1. 研究開始当初の背景

形態形成などの生理学の問題や生態学の問題、さらに化学反応など幅広い分野で現れる自己組織化に伴うパターンダイナミクスが反応拡散系理論で明らかにされてきた。Turing 不安定性に端を発した 2 種反応拡散系 (Activator-Inhibitor 系) の解析により、定常パターン形成に関しては普遍的な理解が進んできている。しかし一方で、2 種系では記述できないより複雑なパターンが 3 種以上の反応拡散系で見られることが指摘され始めている。これらのうちのいくつかの 3 種反応拡散系においては、第 3 番目の種が大域的なフィードバックの役割を務めていると考えられる。そこで、3 種反応拡散系の解析を大域的制御の観点から行い、「パターンを制御する」という新たな視点を反応拡散系理論に展開する機運が生じていた。

2. 研究の目的

反応拡散系に現れるパターンを制御する方法を理論的・実験的に開発するのが本研究課題の目標である。具体的には当初、以下のような目標を掲げた。

Activator-Inhibitor 系で Turing 不安定化によりパターンが生じる際に、所望のパターンをフィードバック制御で安定化できる事がわかってきたが、これを semi-passivity という性質から明らかにする。また振動パターンの生成につながる Wave 不安定化が生じる際に、1 次元周期境界条件の下では、回転波が定在波のいずれかが安定になるが、フィードバック制御により所望のパターンを安定化するような制御が可能かどうかを検討する。

Activator-Inhibitor 系のフィードバック制御を実験的に実現する系を構築する。ミドリムシの集団が形成する生物対流パターンに着目する。実際、ミドリムシの培養液に下から均一な強い光を照射すると、局在化した対流パターンが形成されることが知られているので、光照射をフィードバックに用いる。

その他の 3 変数系で、2 種反応拡散系の大域フィードバック制御に帰着されるものを対象にパターンダイナミクスの解析を行う。

3. 研究の方法

応用解析の専門家である研究代表者: 小川、連携研究者: 坂元と、自己組織化実験の専門家の研究分担者: 末松と研究協力者: 大野が本研究課題の研究を推進した。研究代表者と連携研究者は主に数学解析部分を、研究分担者と研究協力者は実験解析部分を担当した。数学解析部分では、3 種系の一様定常解からの分岐や非一様定常解の安定性の検討、2 種反応拡散系の大域フィードバック制御に帰着される 3 種反応拡散系の導出、

semi-passivity に基づく制御理論の展開を行った。

制御実験系に当初は、ミドリムシの対流現象を使用する予定であったが、ミドリムシのパターン形成メカニズムに未解明の部分があることから、光感受性触媒を用いた BZ 化学反応を用いることに変更した。さらに BZ 化学反応では、定常パターンよりむしろ進行波や振動パターンが主になるので、数学解析と実験解析で相互的に議論を重ねながら進めた。BZ 反応の制御では、後述するように予想外のことが起きて理論的な結果とすり合わせながら慎重に進めた。その結果、実験装置構築に時間がかかり補助事業期間を 1 年延長し、それにより満足する実験結果も得られた。

4. 研究成果

反応拡散系における不安定定在波の選択的安定化: Activator-Inhibitor 系が semi-passivity という性質を持つことから Activator にスペクトル一致の大域フィードバック制御を印加する事でパターンの制御が可能になるという事を明らかにした。さらにこのフィードバック制御は、振動パターンの制御にも有効で不安定定在波の選択的安定化も可能になった。2 次元のパターンでも進行方向により 3 種類のヘキサゴンパターンがそれぞれ安定化できることがわかった。(雑誌論文(7), (8))

BZ 化学反応系のフィードバック制御: 光感受性触媒を用いた BZ 化学反応系で実験制御系を構築することに成功した。BZ 系の光制御によるフィードバックは activator ではなく inhibitor に働くので、semi-passivity は成立しないが、数理モデルのシミュレーションから定在波パターンが得られた。これは全く予想していなかった副産物である。分岐構造を調べて見たところ、フィードバック強度をパラメーターとして一様振動解からの倍周期分岐として得られているらしいということが分岐追跡シミュレーションから示唆された。実際、これを光感受性触媒を用いた BZ 化学反応系で実現した。(学会発表(1), (2), (4)) BZ 反応の Oregonator モデルに光制御を加えた振動子系の分岐構造を詳細に決定するという新たな研究の拡がりが見られ、次の科研費研究課題立案に繋がった(基盤(C)「多重安定振動系の制御と数理」)。これらの結果は、学会発表を行ったが論文としては、目下執筆中である。

3 種反応拡散系の 0-1-2 モードの退化分岐とカオス: Activator-Inhibitor 系で Turing 不安定化が生じる際には 2 つの隣接するモードが同時に定常分岐する

事はあり得るが、それ以上退化した特異点はない。ところが、大域フィードバック制御を行うか、または等価な3変数の反応拡散系を考えると0-1-2の3つのモードの不安定化を同時に引き起こせる。そこで、0-1-2モード退化分岐点の周りの分岐解析を行い、その周りで振動パターンやカオス的な挙動があり得る事を明らかにした。このような退化特異点は交差拡散系などにも現れる可能性があり、ここで行った標準形解析は普遍性を持つと期待される。(雑誌論文(5))

以下は、当初の目的の範疇にはないが、進行波の分岐解析を進める中で派生的に得られた結果である。

心臓生理学のAliev-Panfilovモデルの周期進行波解の不安定化:本研究のBZ反応の光制御を進めると当然スパイラル波の制御が視野に入って来る。そこでまずは周期進行波の安定性解析を行う必要がある。その解析技術を検討する中で同じ興奮系の進行波でも心臓生理学に現れる2変数反応拡散系では波長により不安定化が生じることが明らかになった。それにより交互振動的な進行波が現れ、これが心室細動で現れるような複雑なスパイラル断裂につながる可能性がある事を指摘した。(雑誌論文(4),(10))

矩形進行波解の不安定化に伴うさざ波進行波の分岐現象:これも3変数反応拡散系や大域制御とは直接関係はないが、上記のような周期進行波の長波長不安定性を調べている過程で派生した問題である。散逸を伴うmKdV方程式が、交通渋滞のモデルなどから得られるが、これはキルク・アンチキルクタイプのいわゆる矩形進行波解を持つ。矩形進行波解の周期が長いと本質的スペクトルの不安定性に起因する不安定化を引き起こしトラスタイプの分岐が発生する事がわかった。また数値的にその分岐枝を追跡すると、2種類のタイプのさざ波進行波が出現することが明らかになった。(雑誌論文(2)、学会発表(6))

多孔質媒体中のすす燃焼の均質化縮約:BZ反応パターンはる紙などの多孔質媒体中でより安定したパターンを発生することが知られている。多孔質媒体は一般にマイクロなランダム構造からなるが、これをマイクロな周期構造と仮定してマクロ方程式を導出する研究を行った。すす燃焼のモデルとして燃料の拡散はないが、多孔質媒体中の酸素の流れを考慮したモデルの均質化を行い、マクロ方程式を導出し、すす燃焼のフィンガリ

ングパターンの解析を行った。ここでの知見をBZ反応のマクロモデルにも展開していく予定である。(雑誌論文(9))

この他、論文(1),(3),(6)は、実験解析を進める過程で派生して得られた技術に関連する業績であるのでここに論文のみ記載する。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 10件)

- (1) Suematsu Nobuhiko J., Nakata Satoshi, "Evolution of Self-Propelled Objects: From the Viewpoint of Nonlinear Science", 査読有, Chemistry - A European Journal, 24, 2018, pp.6308-6324, doi: 10.1002/chem.201705171
- (2) Miyaji Tomoyuki, Ogawa Toshiyuki, Sekisaka Ayuki, "Rippling rectangular waves for a modified Benney equation", 査読有, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 35(2), pp.939-968, 2018, doi: 10.1007/s13160-018-0304-1
- (3) Nakamasu Akiko, Suematsu Nobuhiko J., Kimura Seisuke, "Asymmetries in leaf branch are associated with differential speeds along growth axes: A theoretical prediction", 査読有, Developmental Dynamics, 246, pp. 981-991, 2017, doi: 10.1002/dvdy.24587
- (4) M. Osman Gani, Toshiyuki Ogawa, "Stability of periodic traveling waves in the Aliev-Panfilov reaction-diffusion system", 査読有, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 33, pp. 30-42, 2016, doi: 10.1016/j.cnsns.2015.09.002
- (5) Toshiyuki Ogawa, Takashi Okuda Sakamoto, "Chaotic Dynamics in an Integro-Differential Reaction-Diffusion System in the Presence of 0:1:2 Resonance", 査読有, in "Mathematical Fluid Dynamics, Present and Future", Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 183, pp. 531-562, 2016
- (6) Nobuhiko J. Suematsu, Y. Mori, T. Amemiya, and S. Nakata, "Oscillation of Speed of a Self-Propelled Belousov-Zhabotinsky Droplet", 査読

有, J. Phys. Chem. Lett., 7(17), pp. 3424-3428, 2016, doi: 10.1021/acs.jpcllett.6b01539

- (7) K.Kashima, T.Ogawa, T.Sakurai, "Selective pattern formation control: Spatial spectrum consensus and Turing instability approach", 査読有, Automatica, 56, pp.25-35, 2016, doi:10.1016/j.automatica.2015.03.019
- (8) 梅津佑介、小川知之、加嶋健司、「反応拡散系における不安定定在波の選択的安定化」査読有、計測自動制御学会論文集、51(2)、pp.110-119、2015、doi: 10.9746/sicetr.51.110
- (9) T. Fatima, E.R. IJioma, T. Ogawa and A. Muntean, "Homogenization and dimension reduction of filtration combustion in heterogeneous thin layers", 査読有, Networks and Heterogeneous Media, 9(4), pp. 709-737, 2014, doi: 10.3934/nhm.2014.9.709
- (10) M Osman Gani, Toshiyuki Ogawa, "Alternans and spiral breakup in an excitable reaction-diffusion system: a simulation study", 査読有, International Scholarly Research Notices, 2014, pp. 459675, 2014, doi: 10.1155/2014/459675

〔学会発表〕(計 9 件)

- (1) 大野航太、小川知之、末松信彦、「BZ 反応を用いた振動場反応拡散系の大域的制御」第 27 回 非線形反応と協同現象研究会、2017 年
- (2) 大野航太、小川知之、末松信彦、「BZ 反応を用いた反応拡散系の大域的制御」応用数学合同研究集会、2017 年
- (3) Toshiyuki Ogawa, "Rippling rectangular waves for a modified Benney equation", The third international conference on the dynamics of differential equations, 2018 年 3 月 15 日
- (4) Toshiyuki Ogawa, "Rippling rectangular waves for a modified Benney equation", ReaDiNet 2017: International Conference on Mathematical Biology, 2017 年 10 月 13 日
- (5) 宮路智行、小川知之、関坂歩幹、「さざ波立つ矩形波へのトラス分岐」日本数学

会 2017 年年会、2017 年 3 月 27 日

- (6) 大野航太、小川知之、末松信彦、「振動場 Oregonator model の大域的制御」応用数学合同研究集会、2016 年 12 月 16 日
- (7) Toshiyuki Ogawa, "Drift bifurcation of traveling wave in reaction-diffusion system with 3 competing species", Joint Australia-Japan workshop on dynamical systems with applications in life sciences(国際学会)、2016 年 7 月 18 日
- (8) 小川知之、「3 種反応拡散系の進行波解のドリフト分岐」研究集会「多変数反応拡散系の数理とその周辺」、2015 年 12 月 25 日
- (9) Toshiyuki OGAWA, "Stabilization of Unstable Standing Waves in Reaction-diffusion Systems", The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2014 年 07 月 08 日

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

受賞: 2016 年度計測自動制御学会論文賞 田賞、梅津佑介、小川知之、加嶋健司、「反応拡散系における不安定定在波の選択的安定化」

6. 研究組織

- (1) 研究代表者
小川 知之 (OGAWA, Toshiyuki)
明治大学・総合数理学部・教授
研究者番号: 8 0 2 1 1 8 1 1
- (2) 研究分担者
末松 信彦 (SUEMATSU, Nobuhiko)
明治大学・総合数理学部・准教授
研究者番号: 8 0 5 4 2 2 7 4
- (3) 連携研究者
坂元 孝志 (SAKAMOTO, Takashi)
明治大学・理工学部・講師
研究者番号: 3 0 5 4 6 8 9 1
- (4) 研究協力者
大野 航太 (OHNO, Kota)