

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 18 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26400249

研究課題名(和文) アジョイント表現のフェルミオンを持つSU(N)ゲージ理論のラージN極限での研究

研究課題名(英文) Study of SU(N) gauge theory in the large N limit with fermions in the adjoint representation

研究代表者

大川 正典 (Okawa, Masanori)

広島大学・理学研究科・教授

研究者番号：00168874

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：2フレーバーのアジョイント・フェルミオンを含む時空縮約モデルは、クォーク質量が0で赤外固定点を持つコンフォーマル理論だと考えられている。赤外固定点の性質は、質量異常次元によって支配されており、フェルミオン行列の固有値分布から質量異常次元を決定する研究を行なった。ハドロン質量の計算は、格子場の理論に課せられた最も基本的かつ重要な課題であるが、最近まで時空縮約モデルを用いてハドロン相関関数を計算することはできなかった。実空間相関関数を直接計算する代わりに、運動量空間での2点相関関数を求め、フーリエ変換により実空間相関関数を求める方法を確立した。

研究成果の概要(英文)：The space-time reduced model with 2 flavor adjoint fermions are supposed to be a conformal theory having an infrared-fixed point at zero quark mass. The nature of the fixed point is governed by the mass anomalous dimension. We investigate the value of the mass anomalous dimension from the eigenvalue distribution of the fermion matrix.

Although one of the most fundamental and important task of lattice gauge theories is the calculation of hadron masses, it was not possible to calculate hadronic correlation function in space-time reduced models. This problem has been solved by considering first the meson correlators in the momentum space and then obtaining the space-time extended real-space correlators from the Fourier transform of the momentum-space correlators.

研究分野：数物系科学

キーワード：素粒子理論

1. 研究開始当初の背景

近年、アジョイント表現に属するフェルミオンを伴う SU(N)非可換ゲージ理論に大きな関心が持たれている。その理由の一つに、AdS/CFT 対応がある。これによると、4次元超対称ゲージ理論と、Anti de Sitter 時空を背景にもつ5次元超弦理論が対応している。特にゲージ理論でラージ N 極限をとると、対応する5次元の理論は古典的超重重力理論となる。一般に SU(N)非可換ゲージ理論は複雑な構造を持っているが、N を無限に持っていた極限で、4次元格子上で定義された SU(N)格子ゲージ理論は、時空の自由度を持たない行列理論と同等になり、構造が簡素化される。アジョイント・フェルミオンを持つラージ N ゲージ理論も、時空の自由度のない行列理論と同等なことが申請者と Gonzalez-Arroyo の研究により明らかになっており、大規模数値シミュレーションにより非摂動的な解析ができると期待される。

2. 研究の目的

物理的に最も重要なアジョイント・フェルミオン数が2の理論は、赤外固定点を持つコンフォーマル理論であると考えられている。固定点での性質は、質量異常次元と呼ばれる物理量により支配されており、時空の自由度を持たない行列理論を用いてその詳細な研究を行う。

ハドロン質量の計算は、格子上の場の理論に課せられた最も基本的小および重要な課題であるが、行列理論を用いた研究はなされていなかった。基本表現に属する中間子の相関関数の計算法を確立し、ラージ N 極限での中間子質量の研究を行う。

3. 研究の方法

アジョイント・フェルミオンを持つラージ N 行列理論の作用は

$$S = bN \sum_{\mu \neq \nu=1}^4 \text{Tr}[Z_{\mu\nu} U_\mu U_\nu U_\mu^\dagger U_\nu^\dagger] + \sum_{j=1}^2 \text{Tr}[\bar{\Psi}^j D_W \Psi^j]$$

で与えられる。ここで U_μ はゲージ場を表す4つの SU(N)行列であり、 b はゲージ相互作用の結合定数である。 Ψ^j はアジョイント・フェルミオンを表す2つのグラスマン数である。 D_W はフェルミオンの作用行列であり、フェルミオン質量 m に依存している。フェルミオンの無い理論で $Z_{\mu\nu} = 1$ としたものが、江口・川合によって提案された時空縮約モデルであるが、弱結合相で理論の持つ Z(N)対称性が破れてしまい通常の理論との対応は失われてしまう。理論にツイスト境界条件を課し $Z_{\mu\nu} \neq 1$ とすると、Z(N)対称性は破れなくなる。アジョイントフェルミオンを導入することにより、 $Z_{\mu\nu} = 1$ の理論でも、Z(N)対称性は破れなくなるが、非常に大きな N 依存性を持ってしまい実用上役に立たない。この困難を回避するために申請者と Gonzalez-Arroyo によって、ツイストされた時空縮約モデル $Z_{\mu\nu} \neq 1$

が提案された。

具体的には L を正の整数とし、SU(N=L²) 群を考え

$$Z_{\mu\nu} = \exp(2\pi i k / L), \quad Z_{\nu\mu} = Z_{\mu\nu}^*, \quad \mu < \nu$$

とする。k は L と互いに素な整数である。ツイストされた時空縮約モデルの最も大きな特徴は、通常の格子理論との対応がはっきりしていることである。実際、N=L² としての行列理論は、格子体積が V=L⁴ の通常の格子ゲージ理論と、O(1/N²)の補正を除き同等である。アジョイントフェルミオンを含む行列理論の研究は、おもに N=289(L=17)で行われ、これは通常の格子理論で格子体積が V=17⁴ のシミュレーションを行ったことに対応する。

4. 研究成果

(1) アジョイント・フェルミオン数が2の理論は、クォーク質量が0で赤外固定点を持つコンフォーマル理論だと考えられている。赤外固定点の性質は、質量異常次元 γ_* によって支配されており、フェルミオン行列の固有値分布(eigenvalue density)から γ_* を決定する。フェルミオン行列の固有値分布 ρ は、固有値を ω として

$$\rho(\omega) = A\omega^{(3-\gamma_*)/(1+\gamma_*)}$$

となる。格子上での実際の計算では、有限質量のエルミートディラック演算子 $M = m^2 - \not{D}^2$ の固有値 Ω^2 を計算し、 $\omega = (\Omega^2 - m^2)^{1/2}$ とする。数値シミュレーションでは格子サイズが有限であることから系統誤差を評価する必要があるが、有限サイズ効果を受けるのは小さな固有値だけで、大きな固有値は有限サイズ効果をほとんど受けないと考えられる。実際、図1に $b=0.35$ $N=121$ で1000個の固有値を計算した結果と、 $N=289$ で2000個の固有値を計算した結果を比較した。 κ はフェルミオンの質量を表すパラメータである。 Ω が小さいときは結果に違いがあるが、 Ω が大きいときには優位な差はない。 $b=0.36$ の計算も行い、大きな Ω での解析から $\gamma_* = 0.269(2)(50)$ が得られた。ただし最初の誤差は統計誤差、2番目の誤差は系統誤差である。雑誌論文

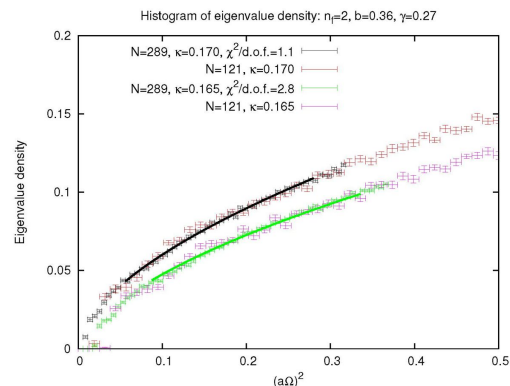


図1

(2) ハドロン質量の計算は、格子上の場の理論に課せられた最も基本的かつ重要な課題であるが、最近まで時空縮約モデルを用いたハドロン相関関数の計算はできなかった。その理由は明らかであり、ハドロンの相関関数は4次元時空に広がりを持つ物理量であり、時空の自由度を持たない行列理論で如何に相関関数を計算するかの指針がなかったからである。申請者と Gonzalez-Arroyo は過去数年間にわたってこの問題に取り組み、4次元的に広がりをもつ実空間相関関数を直接計算する代わりに、まず運動量空間での2点相関関数を求め、フーリエ変換により実空間相関関数を求める方法を確立した。

具体的には、 γ_A および γ_B チャネルの中間子の実空間相関関数 $C(n_0)$ は、以下で与えられる。

$$C(n_0) = \sum_{p_0} e^{-ip_0 n_0} \text{Tr}[\gamma_A G(p_0) \gamma_B G(0)]$$

ここで、 $G(p_0)$ は基本表現に属するクォークの運動量空間でのプロパゲーターである。

$$G(p_0) = \left[1 - \kappa \sum_{\mu} (1 - \gamma_{\mu}) e^{ip_0 \delta_{\mu 0}} U_{\mu} \Gamma_{\mu}^* + \kappa \sum_{\mu} (1 + \gamma_{\mu}) e^{-ip_0 \delta_{\mu 0}} U_{\mu}^{\dagger} \Gamma_{\mu}^{\dagger} \right]^{-1}$$

Γ_{μ} は $\Gamma_{\mu} \Gamma_{\nu} = Z_{\mu\nu} \Gamma_{\nu} \Gamma_{\mu}$ を満たす4個の $L \times L$ 行列、 κ はフェルミオンの質量を表すパラメーターである。

実際の計算では、独立なゲージ配位 U_{μ} を千個程度用意し、各々のゲージ配位に対して、中間子の相関関数を求め、ゲージ配位についての平均をとる。また励起状態からの寄与を抑制し、クリーンなシグナルを求めるために、スマリング法というテクニックを用いる。図2と3に、ゲージ相互作用を $b=0.36$ とした時の、中間子と中間子の質量のプレリミナリーな結果を示した。この計算では独立なゲージ配位は、動的フェルミオンの効果を持たない純ゲージ理論の作用から生成した。結果は弦定数で規格化し無次元化してある。カイラル対称性が自発的に破れている理論では、中間子の質量の2乗はクォーク質量 m_q に比例している。図2はこのことを示しており、SU(N)純ゲージ理論のラージN極限でカイラル対称性が自発的に破れていることを、世界で初めて非摂動的に示した結果になっている。図3は、中間子の質量がカイラル極限 ($m_q = 0$) で、有限な値を持つことを表している。ただし、この値は有限な格子間隔 (有限な b) での結果であり、今後は連続極限 ($b \rightarrow 0$) を取らなければならない。さらに動的クォークの効果を取り入れて生成したゲージ配位を用いた計算も行う予定である。雑誌論文、学会発表

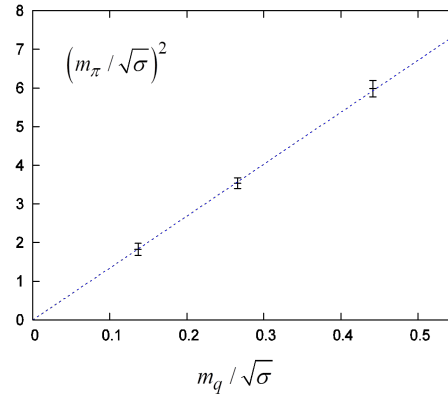


図2

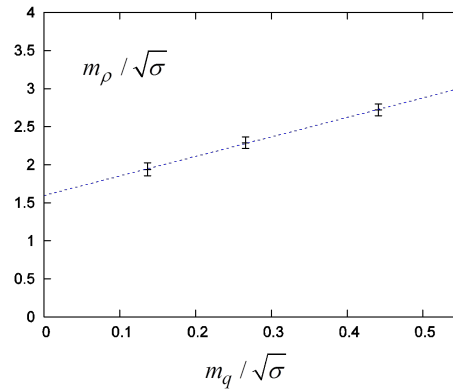


図3

(3) 場の理論の固定点の研究をする最も直接的な方法は、結合定数のスケール依存性を調べることであり、格子上では、ステップスケールリング関数を用いる解析が有効である。従来、シュレディンガー関数を用いた研究がされているが、境界条件を $O(a)$ で補正する必要がある。最近、ウィルソンフロー法を用いたステップスケールリング関数の研究が注目を集めている。特に、ツイストされた境界条件での解析は、周期的境界条件の欠点であるコンスタント場の問題がなく、また自動的に $O(a)$ で補正がされているので、有望な方法と考えられている。行列理論でのステップスケールリング関数の解析を純ゲージ理論で行ない、非摂動的な結合定数のスケール依存性が、大まかに2ループからのベータ関数で支配されていることを示した。雑誌論文、学会発表

(4) 行列理論は格子点が1点の理論であるが、ツイストされた境界条件のもとでは、さらに一般的な時空縮約理論を考えることができる。SU(N)純ゲージ理論で、 $N = \hat{L}^2$ とする。ここで \hat{L} は正の整数である。ツイストされた境界条件は、フラックス k と呼ばれる正の整数で区別される。ただし、 k と \hat{L} は互いに素である。格子点が L^4 の格子理論を考えると理論は $L\hat{L}$ および k/\hat{L} にしか依存しないことが摂動論の範囲内で分かっている。ここで

\bar{k} は、 $\bar{k}k=1 \pmod{\hat{L}}$ を満たす正の整数である。さらにラージ N 極限を考えると、 \bar{k}/\hat{L} 依存性は $O(1/N^2)$ となり、理論は $L\hat{L}$ にしか依らなくなる。これが、一般化された時空縮約理論であり、 $L=1$ が行列理論である。この volume independence と呼ばれる現象を、数値シミュレーションにより非摂動的に研究した。具体的には、 $L=1, 2, 4$ の場合に \hat{L} を色々とり、 \hat{L} が大きい時、Wilson loop の期待値が、 $L\hat{L}$ にしか依存しないことを確かめた。これにより、volume independence が非摂動的に確かめられたことになる。雑誌論文 学会発表

(5) 通常、行列理論の数値シミュレーションは熱浴法によって行われているが、オーバリラクゼーション法を用いることにより、オート相関長を約 2 分の 1 に出来ることを示した。雑誌論文

5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, Large N meson masses from a matrix model, Phys. Lett. B755 (2016) 132-137, 査読有. DOI: 10.1016/j.physletb.2016.02.001.
- M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, L. Keegan, M. Okawa, The $SU(\)$ twisted gradient flow running coupling, JHEP 1501 (2015) 038 0-22, 査読有. DOI: 10.1007/JHEP01(2015)038.
- M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, L. Keegan, M. Okawa, Mass anomalous dimension of Adjoint QCD at large N from twisted volume reduction, JHEP 1508 (2015) 034 0-18, 査読有. DOI: 10.1007/JHEP08(2015)034.
- M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, L. Keegan, M. Okawa, A. Ramos, A comparison of updating algorithms for large N reduced models, JHEP 1506 (2015) 193 0-20, 査読有. DOI: 10.1007/JHEP06(2015)193.
- M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, Volume independence for Yang-Mills fields on the twisted torus, International Journal of Modern Physics A29 (2014) 1445001 1-29, 査読有. DOI: 10.1142/S0217751X14450018.
- A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, Testing volume independence of $SU(N)$ pure gauge theories at large N , JHEP 1412 (2014) 106 0-32, 査読有. DOI: 10.1007/JHEP12(2014)106.

[学会発表] (計 10 件)

- K-I. Ishikawa, I. Kanamori, Y. Murakami, A. Nakamura, M. Okawa, R. Ueno(発表者), Numerical determination of the β -parameter in $SU(3)$ gauge theory from the twisted gradient flow coupling, 34th International Symposium on Lattice Field Theory, University of Southampton, UK, 24 - 30 July 2016, PoS LATTICE2016 (2016) 185.
- M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa(発表者), Meson masses and decay constants at large N , 34th International Symposium on Lattice Field Theory, University of Southampton, UK, 24 - 30 July 2016, PoS LATTICE2016 (2016) 319.
- M. Garcia Perez(発表者), A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, Volume reduction through perturbative Wilson loops, 34th International Symposium on Lattice Field Theory, University of Southampton, UK, 24 - 30 July 2016, PoS LATTICE2016 (2016) 329.
- M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo(発表者), M. Okawa, 't Hooft model on the Lattice, 34th International Symposium on Lattice Field Theory, University of Southampton, UK, 24 - 30 July 2016, PoS LATTICE2016 (2016) 337.
- A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa(発表者), Large N meson propagators from twisted space-time reduced model, 33rd International Symposium on Lattice Field Theory, Kobe, Japan, 14-18 July 2015, PoS LATTICE2015 (2015) 291.
- M. Garcia-Perez, A. Gonzalez-Arroyo, M. Koren(発表者), M. Okawa, Glueball masses in 2+1 dimensional $SU(N)$ gauge theories with twisted boundary conditions, 32nd International Symposium on Lattice Field Theory, Columbia University, New York, USA, 23-28 June 2014, PoS LATTICE2014 (2014) 059.
- L. Keegan(発表者), M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, TEK twisted gradient flow running coupling, 32nd International Symposium on Lattice Field Theory, Columbia University, New York, USA, 23-28 June 2014, PoS LATTICE2014 (2014) 300.
- A. Gonzalez-Arroyo(発表者), M. Okawa, Testing volume independence of large N gauge theories on the lattice, 32nd International Symposium on Lattice Field Theory, Columbia University, New York, USA, 23-28 June 2014, PoS LATTICE2014 (2014) 301.

A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa(発表者),
String tension from smearing and
Wilson flow methods, 32nd
International Symposium on Lattice
Field Theory, Columbia University, New
York, USA, 23-28 June 2014, PoS
LATTICE2014 (2014) 327.

M. Okawa(発表者), Creutz ratio in the
continuum limit, HET-RBRC Symposium,
CreutzFest, Brookhaven National
Laboratory, New York, USA, 4-5
September 2014.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

大川 正典 (OKAWA, Masanori)

広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：00168874