

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 2 日現在

機関番号：11101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26400262

研究課題名(和文)重力波を用いた修正重力理論の検証に向けた摂動的計算法の一般化

研究課題名(英文)Generalization of perturbative methods for testing modified gravity theories by using gravitational waves

研究代表者

浅田 秀樹 (Asada, Hideki)

弘前大学・理工学研究科・教授

研究者番号：50301023

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：修正重力理論の実験的検証にとって3体系が有用であることが以前から指摘されており、本研究では、正三角解(ラグランジュ軌道)にある3体系への重力波反作用を調べる定式化に成功した。実際、安定性を調べた。意外なことに、あるパラメタ領域では、カオスが生じずに、徐々に軌道半径を収縮させることを見出した。また、回転するブラックホールのような任意の定常軸対称な時空での円軌道の相対論的安定性を議論した。面白いことに、重力波源と関係するであろう最内安定円軌道が、あるブラックホールの理論モデルでは、すでに非動径方向の線形摂動に対して不安定であることを初めて見出した。これは、今後の重力波の波形予測にとって有益だろう。

研究成果の概要(英文)：It is known that a three-body system can be used for an experimental test of modified gravity theories. In this research project, a formulation for the gravitational radiation reaction on a three-body system that is in the so-called Lagrange orbit is developed to examine the stability of the system. Surprisingly, some of the Lagrange orbits shrink in an adiabatic manner without chaos, though they are in a three-body system. In addition, we examine the relativistic linear stability of circular orbits around a rotating black hole (in a general form). Interestingly, some of the innermost stable circular orbits for a particular black hole model are found to be unstable against a non-radial linear perturbation. This might be important for future GW predictions.

研究分野：理論宇宙物理学

キーワード：重力理論 重力波 宇宙物理

1. 研究開始当初の背景

アインシュタインの一般相対性理論が誕生して1世紀になろうとしていた。誕生当初は、その余りに微分幾何学的な時空の記述が、本当にニュートンの万有引力の理論よりも優れているのか懐疑的な見方もあった。しかし、1919年にエディントン卿らが日食を用いた「光の曲がり」を観測して、一般相対性理論が正しいことが明らかになった。その後も一般相対性理論の実験的な検証が精力的に続けられた。

特に、近日点移動、光の曲がり、シャピロの時間の遅れ(レーダーエコー)は、アインシュタインの一般相対性理論の3大テストとよばれる。しかし、これらは、弱い重力場と物体の遅い運動という2つの仮定に基づく「ポスト・ニュートン近似」における1次のオーダーでの検証である。これらの仮定のため、(準)定常な物理状態に制約される。

一方、宇宙論の観測から、通常の素粒子物理学の枠組みでは説明できない「ダークマター」や「ダークエネルギー」の存在が強く示唆されている。しかし、標準的な素粒子物理学では、これらダークマターやダークエネルギーの正体を説明することが出来ない。将来、素粒子物理学の拡張の範囲でこれらが説明出来るかもしれない一方、ダークマターやダークエネルギーの観測からの要請は、真の重力理論が一般相対性理論に対してなんらかの修正を施したものであるという「修正重力理論」の考えを支持するかもしれない。少なくとも修正重力理論の支持者にとっては、この状況は、一般相対性理論誕生以前に、水星の近日点移動の値がニュートンの万有引力での理論計算値からずれることに天文学者が気付いていたことに似ているかもしれない。

このため、さまざまな修正重力理論が盛んに近年研究されている。そもそも、アインシュタイン理論が、時空間の動力学であるという直接的な証拠になる「重力波」を直接検出することは、物理学における至上命題のひとつである。重力波の存在の間接的証拠は、ハルスとテラーが発見した連星パルサーの公転周期の減少によって与えられている。この功績で、彼らは1993年にノーベル物理学賞を受賞した。

しかし、この類の天文学的な観測だけでは、重力波の伝播を含むアインシュタイン理論の精密検証は困難である。そして、重力波の精密観測から、アインシュタイン理論からのズレが見つかるのではないかという期待が高まっている。このような時空間のダイナミカルな性質である、重力波の生成・伝播を理論的に調べることは、大型検出器の実現により間近に迫った重力波天文学の始動に向けた急務のひとつであった(研究開始時点で)。なお、本研究課題を遂行中に、LIGOによる重力波の直接観測の報告があった。

2. 研究の目的

(1) 修正重力理論模型に関する研究。

修正重力に対する多数の理論模型が提唱されて、理論的・数学的な整合性の観点という純粋な理論的な立場から、そして、天体物理的な観測との整合性などの天文観測的な立場からも議論されてきた。本研究では、1960年代に弱い相互作用で実験的に見つかった「パリティの破れ」に着目して、重力における「パリティの破れ」を引き起こす可能性を有するチャーンサイモン型の修正重力理論を実験的に検証する方法を検討した。手始めとして、従来提案されていたチャーンサイモン型の修正重力理論の理論模型自体の再検討を行う。

(2) 重力波の源である強い重力場の性質を主に調べることにした。ひとつの方向性として、強い重力場での物体の運動を知る事が期待される重力波の性質を知るうえで役に立つので、この問題に取り組んだ。特に、インスパイラル時の準周期的な重力波の波形から、衝突に至る際のバースト的な波形に変化する部分は、観測が期待されてとても興味深い。このインスパイラル期の終着点である最内安定円軌道に関する研究を行った。特に、従来の解析の多くは、動径方向の摂動のみ議論していたので、非動径方向の線型摂動を行うことにした。

また、もうひとつの方向性として、強い重力場のヌル構造を調べることを目指した。重力波は光速で伝わるので、同じく光速で伝わる光の性質を調べることにした。この理由は、重力波に対する定式化に比べて、光の方が比較的解析が容易であるためである。このヌル構造の研究は、重力波の問題に加えて、いわゆる重力レンズ天文学とも関連するので、広い分野への波及効果が期待出来る。

(3) 重力波放出した物体(源)への影響は、重力波放射の反作用とよばれる。既に述べたハルスとテラーの連星パルサーの場合、重力波放射の反作用は、その系からエネルギーと角運動量を運び去る事で、その軌道運動の公転周期の減少につながる。こうした連星系に対する先行研究は多数あり、理論と観測結果の素晴らしい一致が知られている。しかし、現実的な宇宙、特に星が密集している領域、銀河中心や球状星団においては、孤立した連星系の近似は良くない。むしろ、周りの天体からの摂動を考慮するのが自然である。こうした系を議論するうえで、3体系は良い理論的な対象といえる。現在までのところ、重力波放射の反作用に関して、3体系に対しては満足いく先行研究が存在しない。3体系での方程式系の複雑さのため、非常に荒い取り扱いしかされてこなかったためである。まず、首尾一貫した定式化をすることを目標として、その定式化を用いて3体系への重力波反作用を調べることをねらった。

(4) 特に、科研費の当該期間中に重力波の初検出があったため、「強い重力場」と「重力

波放射の源への反作用問題」に研究資材を研究期間の後半には集中させた。

3. 研究の方法

3 体系での重力波放出の反作用問題に対して、おもに解析的な手法を用いた。たとえば、重力波の反作用の問題に対しては、「弱い重力場」と「物体の光速に比べて遅い運動」を仮定して、いわゆる「ポスト・ニュートン近似」を用いた。3 体系は一般解が存在しないので、特解のひとつである正三角解を採用して、それへの重力波放射の反作用を調べた。

また、強い重力場における軌道の安定性および存在性の議論においては、線型摂動論を用いた。特に、通常の方法である有効ポテンシャルを用いずに、臨界安定円軌道を求める定式化を独自に開発する。その定式化を用いて、特定の時空計量の関数形に限定される事のない汎用的な結果を得ることを期待する。その一方で、重力場には時空の対称性（定常かつ軸対称）を課すだけで、近似を用いず一般形を想定した。そして、安定性の議論において、代数学における「スツルムの定理」を用いた。このスツルムの定理を一般相対性理論の研究へ応用する事自体が斬新である。

また、強い重力場のヌル構造を調べるために、微分幾何学における「ガウス・ボネの定理」を用いた。この定理によって、異なる場所での角度間の比較および空間（正確には時空）の曲がりと光線の曲がり角の対応関係を明確にすることができる。特に、先行研究のギボンズとワーナーの論文では、光線の端点である光源と観測者はユークリッド空間に居る事が仮定されていた。これは、甚だ不満な仮定であるので、一般の曲がった時空に両者が居る状況を想定して、ギボンズとワーナーの近似を採用しないことにした。

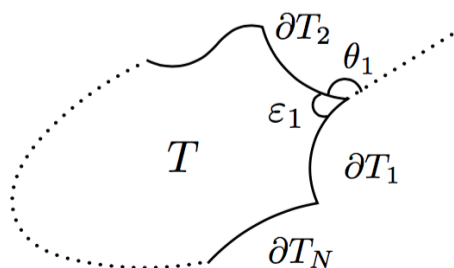


図 1 : 「ガウス・ボネの定理」の概念図。

4. 研究成果

(1) チャーンサイモン型の修正重力理論への実験的な制限としては、NASA とスタンフォード大学が共同で打ち上げた重力実験衛星 Gravity Probe B が代表的である。この衛星実験のおもな目的は、一般相対性理論における「慣性系の引きずり」の効果を初めて検出することであった。そして、長いデータ解析および地上での追実験の期間を経て、2011 年に実験の精度の範囲内で一般相対性理論が予言した「慣性系の引きずり」の検出が報告された。結果として、チャーンサイモン型の修正重力理論の兆候が実験誤差の範囲内で見つからなかったことから、チャーンサイモン型の理論モデルパラメタへの制限が付いた。

しかし、「慣性系の引きずり」の検出に成功した以上、巨額のコストがかかる類似の実験をより高精度で行う動機が乏しく、実現の見込みが少ない。よって、チャーンサイモン型の修正重力理論を別の実験で検証する方法を模索する事は大変興味深い。その代替実験のひとつとして、サニャック計を用いる方法を提案した。サニャック計では、互いに反対方向に回る光信号の間の干渉を測るために、回転方向に依存するチャーンサイモン型に固有の効果が現れることが原理的に期待されるからである。計算結果として、地上の高度差が干渉パターンのずれにつながることを導きだした。そして、この高度差を利用するアイデアを議論した。特に、地上での高度差が大きい方が検証にとって有利であることを見出し、宇宙ステーションを用いた実験を考案した。また、チャーンサイモン型の修正重力の天体物理学的な理論モデル自体の再検討も行った。

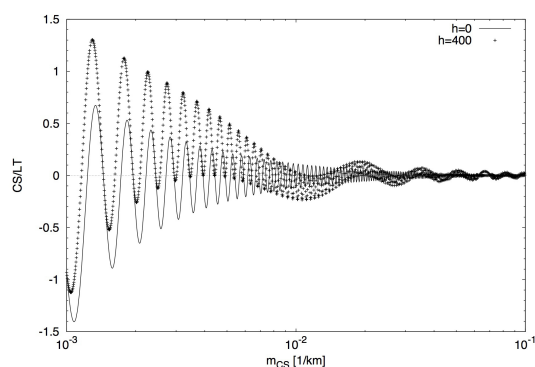


図 2 : チャーンサイモン型の修正重力理論におけるサニャック計での干渉のズレの高度依存性（理論計算の結果）

(2) 一般相対性理論からの修正の可能性を探るうえで、ノルトベットにより3体系の有用性が以前から指摘されており、本研究では、正三角解（ラグランジュ軌道）にある3体系への一般相対論的な補正を議論した。まず、1PN レベルの補正を加えた安定性の議論を行った。従来の研究は、数値計算、それも3体のうちひとつがテスト粒子であると仮定した「制限3体問題」の枠組みにおいてである。そして、数値計算のため、安定性が質量比にどのように依存するのか、全く明らかではなかった。今回、解析的に調べることで、系の安定性が質量比へどのように依存性するか、初めて明らかになった。

さらに、2.5 次のポスト・ニュートン近似を用いて、正三角解（ラグランジュ軌道）にある3体系への重力波反作用を調べる定式化に成功した。従来の定式化の不備を改善することができた。実際、開発した定式化を用いて、このラグランジュ軌道の重力波放出の反作用による安定性を調べることができた。

これまで、3体以上の系ではカオスが生じるため、重力波放射の反作用を取り入れれば、3体系は不規則なカオス的な挙動を示すと予想されていた。意外なことに、正三角解（ラグランジュ軌道）に対する重力波の反作用は、あるパラメタ領域では、カオスを生じずに、準静的に徐々に軌道半径を収縮させることが判明した。ただし、今回の解析は線型摂動の範囲なので、長時間の時間発展を議論して系の終状態を明らかにすることが今後の課題である。

また、任意の定常軸対称な時空（たとえば、回転するブラックホール）での円軌道の安定性を議論した。これまで、重力波源となりうる最内安定円軌道が、実際の円軌道の最終到達点であり、そこから衝突・合体の軌道に移ると信じられていた。しかし、本研究によって、ある種の回転するブラックホールの理論モデルでは、最内安定円軌道がすでに非動径方向の線形摂動に対して不安定であることを初めて示した。これは、衝突・合体の軌道に移る場所が、もっと外側の軌道にあることを意味する。つまり、放出される重力波の波長で言えば、もっと長い波長側にずれる。これによって、今後の重力波の波形予測にとって有益な示唆を与えた。

なぜ最内安定円軌道が不安定なのかというと、もともとの「最内安定円軌道」の定義は動径方向のみの摂動に対するものであるから。たまたま、シュバルツシルト計量やカー計量では、「最内安定円軌道」が非動径方向の摂動に対して安定だったのである。今後、その他のブラックホール計量に対しても、「最内安定円軌道」を再検討する必要がある。この再検討は今後の研究課題である。

(3) 強い重力場におけるヌル構造を知ることは、重力波の研究において、その重力波の生成および伝搬の理解にとって有益な情報が得られるので重要である。本研究では、そうしたヌル構造を正確に把握する手立てとして、光の曲がり角に着目した。従来からの光の曲がり角の研究を発展させて、漸近的な（すなわち、じゅうぶん遠方の）光源や観測者を仮定せずに、任意の有限距離での解析をおこない、「光の曲がり角」の定義を拡張することに成功した。この着眼点は原理的に重要である。なぜなら、宇宙論的な距離にある光源、例えばクエーサーや遠方銀河でさえ、有限の赤方偏移であり、我々から有限の距離だからである。たしかに、「じゅうぶん遠方である」という近似は、現在までの天文観測の観測誤差の範囲内で妥当である。しかし、ダークエネルギー探査やブラックホールシャドウの観測に向けて、観測精度が飛躍的に向上した暁には、「じゅうぶん遠方である」という近似の妥当性を精査することが必要となる。この時、有限距離での計算式が存在していれば、この妥当性の検討に有用である。

既に述べた通り、「ガウス・ボネの定理」を用いた事が成功の鍵であった。一般相対性理論において、異なる2点での角度を比較する事は原理的に大変困難である。しかし、「ガウス・ボネの定理」を用いることで、この比較が可能となった。

特に、光の曲がり角が、光線の軌道面のガウス曲率の或る面積分の形式で表す事が出来た。これは重力レンズを微分幾何的な見方で解釈することを可能にする。そして、実用的には、これまで計算できなかった状況に対しても光の曲がり角を計算するツールを与えた。実際、宇宙定数が存在する場合（コトラー時空ともよばれる）に、有限距離にある光源と観測者に対して光の曲がり角を初めて求めた。そして、先行研究のひとつであるリンドラーとイシャクの計算の問題点を明らかにすることができた。また、ワイル共形重力理論におけるブラックホール時空における光の曲がり角も求めた。この結果は、先行研究の不十分な結果を正すものとなった。

また、ブラックホールシャドウにおける内縁の光の軌道のように、強い重力場をかすめるような光の軌道は、その曲がり角が360度を上回る。これを「強い散乱極限」とよぶ。先行研究での「強い散乱極限」の光の曲がり角の計算は、光源と観測者の両方が無限遠方に居る仮定に基づいている。本研究では、有限距離に居る光源と観測者の状況設定でも「強い散乱極限」での光の曲がり角を計算する方法を開発した。そして、具体的な天体、いて座 A*にあると考えられている巨大ブラックホールによる散乱角を計算して、観測可能であることを指摘した。

今後の課題は、こうしたヌル構造を重力波の生成および伝播の研究に直接結びつけることである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

① Kei Yamada, Hideki Asada, Nonchaotic evolution of triangular configuration due to gravitational radiation reaction in the three-body problem, Phys. Rev. D 93, 084027(10pages) (2016) 査読有り

DOI:10.1103/PhysRevD.93.084027

② Toshiaki Ono, Tomohito Suzuki, and Hideki Asada, Nonradial stability of marginal stable circular orbits in stationary axisymmetric spacetimes, Phys. Rev. D 94, 064042(6pages) (2016) 査読有り

DOI: 10.1103/PhysRevD.94.064042

③ Daiki Kikuchi, Naoya Omoto, Kei Yamada, Hideki Asada, Possible altitudinal, latitudinal, and directional dependence of the relativistic Sagnac effect in Chern-Simons modified gravity, Phys. Rev. D, 90, 064036(6pages) (2014) 査読有り

DOI:10.1103/PhysRevD.90.064036

[学会発表] (計 5 件)

① 石原朝日、鈴木裕介、大野俊明、浅田秀樹、重力場中の光の大屈折極限とガウス・ポネの定理、日本物理学会、2017年3月17日、大阪大学

② 石原朝日、鈴木裕介、大野俊明、北村隆雄、浅田秀樹、重力場中の光の曲がり角に対する有限距離補正 II:具体的な時空モデルへの応用例、日本物理学会、2016年9月22日、宮崎大学

③ 石原朝日、鈴木裕介、大野俊明、北村隆雄、浅田秀樹、重力場中の光の曲がり角に対する有限距離補正 I:定式化、日本物理学会、2016年9月22日、宮崎大学

④ 大野俊明、鈴木聡人、山田慧生、浅田秀樹、一般の定常軸対称時空における円軌道の安定性、日本物理学会、2016年3月20日、東北学院大学

⑤ 山田慧生、浅田秀樹、三体問題における正三角解の重力波放射に伴う非カオスの進化、日本物理学会、2016年3月20日、東北学院大学

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織
(1) 研究代表者
浅田 秀樹 (ASADA, Hideki)
弘前大学・理工学研究科・教授
研究者番号：50301023

(2) 研究分担者 ()

研究者番号：

(3) 連携研究者 ()

研究者番号：

(4) 研究協力者 ()