

令和元年6月6日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2014～2018

課題番号：26400385

研究課題名（和文）動的量子系の最適制御

研究課題名（英文）optimal control of dynamical quantum systems

研究代表者

高橋 和孝（Takahashi, Kazutaka）

東京工業大学・理学院・助教

研究者番号：70415214

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,900,000円

研究成果の概要（和文）：断熱状態の制御についてさまざまな手法や応用を提案した。その結果、動力学が一般に普遍的な構造を有していることを見出した。ハミルトニアンエネルギーとしての役割と生成子としての役割を分割して考えることができ、後者は幾何学的な解釈が可能になる。これは量子系に限らず古典系や統計力学系にも適用される。

応用例のひとつとして、動力学を支配する方程式が古典非線形可積分系のLax形式と同様の構造をもっていることを見出し、それによって古典・量子動力学系において非自明な制御項を得ることに成功した。これまでに知られていた解が得られるとともに新奇な解を網羅的に得ることができる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

動力学の問題を解くことは一般に難しいが、本研究によって統一的な見方が得られた。当初は制御の問題を想定して研究を行っていたが、必ずしもそれに限らない描像を得たことは意義が大きい。動力学を理解する端緒となることが期待される。

また、これも想定外であったが、本研究の成果は量子力学に限らず古典力学や統計力学の系にも適用ができる。今後は本研究で得られた描像に立ってさまざまな系の動的な性質や制御問題を調べるといった研究が行われることを期待している。

研究成果の概要（英文）：“Shortcuts to adiabaticity” is known as a method accelerating adiabatic dynamics. I found, after studying many applications, that the method is very general and can be applied to any dynamical systems including quantum, classical, and statistical systems. The Hamiltonian of the system is separated into two parts, and each can be interpreted as the energy of the system and the generator of the time evolution.

As one of the main achievement, we found that the Lax formalism for classical nonlinear integrable systems is shown to be equivalent to shortcuts to adiabaticity. This equivalence gives nontrivial solutions of quantum and classical dynamics. The most important point is that we found not only specific solutions but also several series of solutions exhaustively.

研究分野：量子・統計物理学

キーワード：断熱状態制御の方法 量子アニーリング

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

量子系の制御はさまざまな分野で現実的に重要な課題であるが、“Shortcuts to Adiabaticity” (STA) とよばれる、断熱時間発展を加速する手法が 2010 年に提案された。研究開始の時点 (2014 年) でさまざまな分野で注目を集めるようになっており、主に少数系への応用が実験も含めて行われていた。研究代表者は、2012 年から 2013 年にかけて STA が量子最速曲線の方法によって得られることを示し、多体スピン系への応用を行った。多体非平衡動力学系の理解や量子アニーリングへの応用に向けて複雑な系への応用可能性も少しずつ議論がなされるようになっていた。

2. 研究の目的

量子系の時間発展の「最適」化について、量子最速曲線の方法から問題をとらえることによって一般的・統一的な理解を得ること、得られた原理を具体的な問題に応用して量子状態の理想的な制御を実現することが当初の主な目的である。

最適化手法の統一的記述、最適性・安定性の判定、少数系の応用、量子アニーリング、量子クエンチと熱平衡化、という 5 つの目標を定めて研究を開始した。

3. 研究の方法

STA は問題設定や系に応じてさまざまな実装方法が存在する。研究計画の時点では量子最速曲線の方法に注目していたが、それにこだわらない研究をすすめる。まずはさまざまな系にさまざまな手法を実装することやそれらの関係を理解することに主眼をおく。そしてそれらの解析から普遍的な性質を見出し、動力学一般について新たな知見を得るとともに、具体的な制御問題 (特に、多体スピン系の動力学) へのフィードバックを行う。

4. 研究成果

STA の手法についてさまざまな手法や応用を提案した。その結果、動力学が一般に普遍的な構造を有していることを見出した。これは量子系に限らず古典系や統計力学系にも適用される。特筆すべきいくつかの点を以下に挙げる。

動力学の普遍的構造: 任意の動力学系は STA による解釈が可能である。系の時間発展を記述するハミルトニアンはエネルギーという意味をもつとともに系の状態を遷移させるという生成子の意味もあわせてもっている。STA によるとそれらの役割を分割して扱うことができる。ハミルトニアンはエネルギー固有値を与える部分と状態を変化させる制御項に分割することができる。制御項は幾何学的な解釈が可能であり、ゼロ曲率条件によって特徴づけられる (5. の論文 (1) (2))。このような解釈は量子力学系のみならず古典力学系や統計力学系にも適用できる。古典系については Hamilton-Jacobi の理論を拡張し、新しい作用量を定義した (論文 (6))。これは上記の制御項の生成関数と解釈される。

古典可積分系との関係: 動力学を支配する方程式が古典非線形可積分系の Lax 形式と同様の構造をもっていることを見出し、それによって古典・量子動力学系において非自明な制御項を得ることに成功した (論文 (6) (8))。たとえば、KdV 方程式によって記述されるソリトンポテンシャルの系、無分散 KdV 方程式によって記述される古典力学系、戸田方程式によって記述される量子スピンの系などである。Lax 形式は解の階層構造をもっており、それを用いるとこれまでに知られていた解が得られるとともに新奇な解を網羅的に得ることができる。このことは考えている状況の下で他の解が存在しないことも意味しており、特定の問題が解けたということ以上の意義がある。

統計動力学: ハミルトニアンを分割するという考え方は、孤立系におけるカノニカル分布の時間発展に適用すると情報幾何学におけるピタゴラスの定理と解釈できる。すなわち、系の時間発展は確率分布の空間の軌跡で捉えられ、軌跡はふたつの直交した部分多様体によって特徴づけられる (論文 (4))。また、確率過程の系における制御項の役割と詳細釣り合い条件の破れとの関係についても調べた (論文 (9))。開放系一般の場合への応用や、非平衡系におけるゆらぎの定理との関係などについて研究を継続中であり、一部の結果は現在発表準備中である。

断熱量子計算への応用: 量子アニーリングへの応用を視野にいくつかの系の解析を行った。平均場近似を用いた制御項の構成 (論文 (7)) や制御項を用いた最適化法 (論文 (1)) である。一般的な応用のためには汎用化が必須であり、引き続きの研究課題となる。

量子クエンチと断熱制御：量子クエンチとは系のハミルトニアンを突然変化させる手法であるが、この場合もやはり STA を用いて解釈することができる（論文(4)）。また、クエンチ系における Loschmidt エコーを解析する新しい手法を考案し、動的特異性が得られることを示した（論文(5)）。

以上のような研究を通して、「量子系の時間発展の「最適」化について、一般的・統一的な理解を得ること」という目的については、動力学には一般的・普遍的な構造が存在するという結論を得た。ただし、「最適」という、制御を主眼とした当初の目的意識は、「得られた原理を具体的な問題に応用して量子状態の理想的な制御を実現すること」という点とともに今後の課題となる。特定の系に対しての理解は得られたが、汎用化としてはまだ理解すべきことが多い。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 11 件、全て査読あり)

(1) [Kazutaka Takahashi](#)

Hamiltonian engineering for adiabatic quantum computation: Lessons from shortcuts to adiabaticity

Journal of the Physical Society of Japan 88, 061002 (2019)

JPSJ Special Topics: Quantum Annealing: Recent Development and Future Perspectives

(2). Kohji Nishimura and [Kazutaka Takahashi](#)

Counterdiabatic Hamiltonians for multistate Landau-Zener problem

SciPost Physics 5, 029 (2018)

(3). Hirohiko Shimada, [Kazutaka Takahashi](#), and Hiroaki T. Ueda

Quantum interactions of topological solitons from electrodynamics

Physical Review B 97, 224424 (2018)

(4). [Kazutaka Takahashi](#)

Shortcuts to adiabaticity applied to nonequilibrium entropy production: An information geometry viewpoint

New Journal of Physics 19, 115007 (2017)

Focus on Shortcuts to Adiabaticity

(5). Tomoyuki Obuchi, Sei Suzuki, and [Kazutaka Takahashi](#)

Complex semiclassical analysis of the Loschmidt amplitude and dynamical quantum phase transitions

Physical Review B 95, 174305 (2017)

(6). Manaka Okuyama and [Kazutaka Takahashi](#)

Quantum-classical correspondence of shortcuts to adiabaticity

Journal of the Physical Society of Japan 86, 043002 (2017)

JPSJ Editors' Choice

(7). [Kazutaka Takahashi](#)

Shortcuts to adiabaticity for quantum annealing

Physical Review A 95, 012309 (2017)

(8). Manaka Okuyama and [Kazutaka Takahashi](#)

From classical nonlinear integrable systems to quantum shortcuts to adiabaticity

Physical Review Letters 117, 070401 (2016)

(9). [Kazutaka Takahashi](#) and Masayuki Ohzeki

Conflict between fastest relaxation of a Markov process and detailed balance condition

Physical Review E 93, 012129 (2016)

(10). [Kazutaka Takahashi](#)

Unitary deformations of counterdiabatic driving

Physical Review A 91, 042115 (2015)

(11). Kazutaka Takahashi
Fast-forward scaling in a finite-dimensional Hilbert space
Physical Review A 89, 042113 (2014)

[学会発表] (計 20 件)

(1). 高橋 和孝
「制御の問題から見る動力学の普遍的構造」(選抜)
基研研究会・iTHEMS 研究会 2018 非平衡系の物理学—階層性と普遍性—
(京都大学基礎物理学研究所, 京都, 2018 年 12 月 26 日-12 月 28 日)

(2). Kazutaka Takahashi
“Structures of quantum, classical, and statistical dynamics” (招待)
International workshop on quantum information, quantum computing and quantum control
(上海大学, 上海, December 19-21, 2017)

(3). 高橋 和孝
「断熱制御の方法と非平衡関係式」
日本物理学会 2017 年秋季大会
(岩手大学, 盛岡, 2017 年 9 月 21-24 日)

(4). Kazutaka Takahashi
“Quantum-classical correspondence of shortcuts to adiabaticity” (招待)
Workshop on quantum control
(OIST, March 21-23, 2017)

(5). 高橋 和孝
「動的不変量を用いた量子アニーリングスケジュールの設計」
日本物理学会 2016 年秋季大会
(金沢大学, 金沢, 2016 年 9 月 13-16 日)

(6). Kazutaka Takahashi
“Hamiltonian engineering for many-body quantum systems by shortcuts to adiabaticity”
(選抜)
Workshop on theory and practice of adiabatic quantum computers and quantum simulation
(ICTP, Trieste, August 22-26, 2016)

(7). 高橋 和孝
「量子状態の最適な制御法-Shortcuts to Adiabaticity-」(招待)
三重大学極限ナノエレクトロニクスセンターセミナー
三重大学, 2016 年 7 月 22 日

(8). 高橋 和孝, 奥山 真佳
「量子断熱状態の制御と KdV 方程式」
日本物理学会第 71 回年次大会
(東北学院大学, 仙台, 2016 年 3 月 19-22 日)

(9). Kazutaka Takahashi
“Optimization of Markov process violates detailed balance condition” (招待)
(Institute of Statistical Mathematics, Tachikawa, March 9-10, 2016)

(10). Kazutaka Takahashi
“Shortcuts to adiabaticity for nonlinear systems” (招待)
Workshop on quantum control
(Osaka, February 25-26, 2016)

(11). Kazutaka Takahashi
“Optimization of Markov process violates detailed balance condition” (招待)
Breaking and beyond detailed balance condition-expanding to machine learning-
(BBDBC2015)
(Kyoto, December 21, 22, 2015)

(12). Kazutaka Takahashi

“How to find shortcuts to adiabaticity” (招待)
Workshop on physics (Russian)
(Uzbekistan, October, 2015)

(13). 高橋 和孝

「Shortcuts to adiabaticity」(招待)
基研研究会「量子制御技術の発展により拓かれる量子情報の新時代」
(基礎物理学研究所, 京都 2015年7月13-16日)

(14). Kazutaka Takahashi

“How to find shortcuts to adiabaticity” (招待)
Adiabatic Quantum Computing
(Zurich, Switzerland, 2015年6月29日-7月2日).

(15). 高橋 和孝, 大関 真之

「Markov 過程の最適化と詳細つりあいの破れ」
日本物理学会第70回年次大会
(早稲田大学, 東京, 2015年3月21-24日)

(16). Kazutaka Takahashi

“Quantum brachistochrone” (招待)
OIST Mini Symposium: Quantum Control of Light and Matter
(Okinawa, January 14-16, 2015)

(17). 高橋 和孝, Leticia F. Cugliandolo

「量子0(N)モデルにおける量子クエンチの動的特異性」
日本物理学会2014年秋季大会
(中部大学, 春日井, 2014年9月7-10日)

(18). Kazutaka Takahashi

“How to find shortcuts to adiabaticity - Brachistochrone problem in quantum systems”
YITP Workshop on Quantum Information Physics (YQIP2014)
(Kyoto, August 4-7, 2014)

(19). Kazutaka Takahashi

“How to find shortcuts to adiabaticity - Brachistochrone problem in quantum systems”
(招待)
Shortcuts To Adiabaticity 2014
(Shanghai, July 1-4, 2014)

(20). Kazutaka Takahashi

“Counterdiabatic driving from quantum brachistochrone equations” (招待)
Mini-workshop on real-time dynamics of quantum many-body systems
(Tokyo, May 20, 2014)

[図書] (計1件)

高橋和孝, 西森秀稔「相転移・臨界現象とくりこみ群」398ページ 丸善出版2017年4月

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

○取得状況 (計0件)

名称：
発明者：

権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等
<http://www.qa.iir.titech.ac.jp/~ktaka/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：
ローマ字氏名：
所属研究機関名：
部局名：
職名：
研究者番号（8桁）：

(2) 研究協力者

研究協力者氏名：
ローマ字氏名：

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。