

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 9 日現在

機関番号：24403

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26400401

研究課題名(和文) 不活性素子を含む振動子ネットワークのダイナミクスと転移現象の解明

研究課題名(英文) Elucidation of the dynamics and transition phenomena in oscillator networks including inactive elements

研究代表者

大同 寛明 (Daido, Hiroaki)

大阪府立大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：70188465

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の焦点は分岐パラメータの値によって興奮性もしくは振動を示す素子を大域的に結合した集団の振舞である。興奮性とは、外からの摂動の強さがある閾値を超えると、大きな変動を示した後固定点に戻ることを指す。このような素子の割合が増えていくと、系は動的相から静的相へと転移する(エイジング転移)。コントロールパラメータは結合強度と全素子の分岐パラメータの平均値である。本研究の主要な結果は、エイジング転移境界での分岐構造と秩序変数のスケーリング則および動的相にある境界についての理論である。もう一つの成果は位相振動子集団の感受率を求めたことである。

研究成果の概要(英文)：The present study focuses on the behaviors of globally (i.e., all-to-all) coupled dynamical units, each of which shows either excitability or oscillation depending on its bifurcation parameter. Excitability means returning to a stable fixed point after large deviations from it when the magnitude of perturbation exceeds a threshold. Any increase in the ratio of inactive (here, excitable) units in the system is defined as "aging", which causes an aging transition from the dynamic phase to the static one. The control parameters are the coupling strength and the average of bifurcation parameters of all units. The main results are theoretical explanations of the bifurcation structure and scaling laws of order parameters near the aging transition boundary in the phase diagram. The boundary in the dynamic phase is also theoretically derived. Another subject is the susceptibility of large populations of coupled phase oscillators, whose expression is theoretically obtained.

研究分野：非線形動力学

キーワード：結合振動子系 ネットワーク エイジング転移 興奮性 同期転移 ヒステリシス

1. 研究開始当初の背景

(1) 振動子ネットワーク(大自由度結合振動子系)のダイナミクスは、非線形動力学の分野で近年もっとも注目を浴びているテーマの一つであり、統計力学的研究はきわめて活発に行われている。この分野の最近の動向としては、基礎理論の枠内ではあっても、応用を強く意識した研究の増加があげられる。同期をコントロールする方法の研究がその例である。また、大域結合や局所結合のネットワークに加え、複雑ネットワーク上での振動子集団のダイナミクスに関心が集まっていることも特筆される。

(2) 振動子ネットワークはレーザーや化学反応系などの物理・化学的な系の研究や、機械・電気等の工学的な研究において重要な役割を果たしている。特に重要な例は生物に関連した系に数多く見られ、概日リズム、心臓の拍動、胃腸の蠕動などの生物が生命を維持する上で欠くことのできないリズムを生み出している。このような振動子ネットワークの経年変化や事故、病気などによる劣化に対する頑健さは、生物にとって文字通り致命的に重要であり、同じことは振動子ネットワークの工学的応用についても、そのまま当てはまる。こうして我々は以下のような重要な問いに行き着く。「振動子ネットワークが生み出すマクロなリズムは、そのような劣化に対してどこまで頑健であるのだろうか」、「素子の劣化は、振動子ネットワークの振舞いどのような変化をもたらすのだろうか」。これまでの研究において、集団内における劣化した素子(自律的に振動しない素子)の割合が増加することをエイジングとして定義した。本研究は、これまでの研究に引き続き、このようなエイジングに関する問いに答えることを目標としたものである。

2. 研究の目的

(1) 興奮性の不活性素子を含む振動子ネットワークのダイナミクスを調べ、特にエイジング転移や同期転移などの重要な転移現象の機構を解明すること。

ネットワークに属する素子の振動発現の主なシナリオは二つある。一つは固定点の不安定化により、リミットサイクルの振幅がゼロから連続的に大きくなるホップ分岐である。もう一つは、不変曲線上におけるサドル・ノード分岐を経て固定点が消滅し、有限振幅のリミットサイクルが出現するものであり、これは SNIC(saddle-node bifurcation on an invariant curve の略)と呼ばれている。このシナリオとホップ分岐の場合との大きな違いの一つは、振動が現れる前の領域において興奮性(excitability: 閾値を超える刺激に対して不連続的に大きな応答を示して元の状態にもどること)が見られることである。このため、典型的な興奮性の素子であるニューロンを構成要素とする脳・神経系や非

平衡化学反応系などの研究において、このシナリオは重要な役割を果たしている。目的(1)はこのようなシナリオに従う素子のネットワークにおいてエイジングの効果を解明するものであり、中心的な課題は(a)「SNICシナリオの場合におけるエイジング転移の機構の解明」および(b)「SNICシナリオの場合における同期転移やその他の転移現象の機構の解明」である。なお、複雑ネットワーク上でのエイジングの効果(上記二つのシナリオに従う場合)についても、共同研究を行うことにした。

(2) 非興奮性の素子(ホップ分岐に従うもの)を用いたこれまでのエイジングの研究をさらに発展させ、その成果を時空カオスのコントロールなどへ応用すること。

(3) ランダムな相互作用をする振動子集団におけるエイジングの効果を解明すること。

これは本研究開始後に追加の研究目的としたものである。近年、相互作用がランダムな振動子集団の理論的研究が進んでいる。このような集団において、まず、その物理的な特性を解明し、その後エイジングの効果を調べることを目的とする。

3. 研究の方法

本研究ではいくつかの数理モデルを用いた。上記の「研究の目的」欄で述べた(1)については、興奮型位相振動子の集団やサドル・ノード分岐の標準形の集団を使用した。これらの集団においては、素子間の相互作用はいずれも大域結合(すべての素子が他のすべての素子と同じ形で相互作用をするもの)である。どちらのモデルにおいても、各素子の分岐パラメーターは集団内において、主に一様分布となるように設定している。また、複雑ネットワーク上でのエイジングの効果を調べる研究では、ホップ分岐の標準系(Stuart-Landau方程式)やMorris-Lecar系(SNICシナリオに従うようパラメーターを設定)を用いた(共同研究)。次に、「研究の目的」欄で述べた(3)については、素子としては位相振動子を用い、マティス型相互作用(素子*i*と素子*j*の間の相互作用強度が $s(i)*s(j)$ の形をしているもの。 $s(k)$ ($k=1, \dots, N$)は独立で同じ分布に従うランダムなパラメーターである)を採用した。

4. 研究成果

上記の「研究の目的」欄で述べた(1)と(3)については研究を行ったが、追加した研究目的の(3)に時間を取られたため、(2)についてはまだ研究を行っていない。以下では、(1)と(3)についての成果を記載する。以下で述べる相図とは横軸が結合強度であり、縦軸が集団内における分岐パラメーターの平均値である。

(1) SNIC シナリオの場合におけるエイジング転移の機構の解明(分岐構造)

どの数理モデルにおいても、相図は静的相(SP)、動的相1(DP1: 平均場が時間的に一定)、動的相2(DP2: 平均場が時間的に振動)の三つの領域に分かれている。エイジング転移境界とは静的相と動的相の境界であり、結合強度が小さい領域では、SPとDP1の境界、結合強度が大きい場合はSPとDP2の境界となる。本研究では結合強度が中間の領域において、エイジング転移が不連続となり、系がヒステリシスや双安定性を示すことを見いだした。系のサイズを無限大として理論をたて、これらの振舞を説明することができた。この結合強度が中間の領域では、双安定領域が二つに分裂するが、これは平均場のホモクリニック分岐(周期軌道がサドルと衝突して消失する現象)によるものであることも示した。また、ヒステリシスが消える結合強度の値では、平均場のサドル・ノード分岐とホモクリニック分岐が同時に起こっていることも確認している。

(2) SNIC シナリオの場合におけるエイジング転移の機構の解明(秩序変数のスケーリング則)

エイジング転移を特徴付ける秩序変数Sや、同期を特徴付ける秩序変数Mのスケーリング則を明らかにした。ここで、Sは各素子の変数の分散(時間変動に関するもの)を全素子で平均し、平方根をとったものであり、Mは平均場の時間変動に関する標準偏差である。連続なエイジング転移境界では、これらの臨界指数が結合強度の区間によって変化することを数値シミュレーションで見いだし、いくつかを理論的に説明した。ただし、上述したように、ヒステリシスが消失するところでの臨界指数は理論的に未解明である。

(3) 相図における動的相1と動的相2の境界の理論的導出

これは上記の「研究の目的」欄で述べた(1)の(b)についての成果である。対象は興奮型位相振動子系である。分岐パラメータの分布が一様分布であるため、Ott-Antonsenの方法は適用できない。しかし、分布の幅と結合強度がともに小さいときは、興奮型位相振動子をユニットとする大域結合系で動的相1と動的相2の境界を理論的に導くことができ、数値シミュレーションの結果とも極めてよく一致していることも確認できた。この結果はすでに論文として投稿中である。

(4) 複雑ネットワークにおける動的頑健さ

東京大学の研究グループと共同して、要素がホップ分岐やSNICシナリオに従う場合に、複雑ネットワークにおける動的頑健さ(不活性素子の混入に対する系の振動の頑健さ: Daido and Nakanishi (2004))が分岐パラメータの非一様性によって高まることを示

した。

(5) 振動子集団の感受率

これは上記の「研究の目的」欄で述べた(3)についての成果である。振動子集団において微小な周期外力を加えたときの位相秩序変数の応答を記述する「感受率」を導入し、マティス型相互作用をする位相振動子集団に対して理論的に解析し、数値シミュレーションの結果と合うことを示した。マティス型については一様大域結合系も含まれており、感受率が同期転移点の両側から近づくとときに発散することを示した。また、ランダムさが一番強いときに、感受率が同期転移点でカスプを示すことも明らかにした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計3件)

Hiroaki Daido, Kazuho Nishio, Bifurcation and scaling at the aging transition boundary in globally coupled excitable and oscillatory units, *Physical Review E*, 査読有り, Vol. 93, 2016, art. no. 052226, pp. 1-15.

DOI:10.1103/PhysRevE.93.052226

Hiroaki Daido, Susceptibility of large populations of coupled oscillators, *Physical Review E*, 査読有り, Vol. 91, 2015, art. no. 012925, pp. 1-9.

DOI:10.1103/PhysRevE.91.012925

Gouhei Tanaka, Kai Morino, Hiroaki Daido, Kazuyuki Aihara, Dynamical robustness of coupled heterogeneous oscillators, *Physical Review E*, 査読有り, Vol. 89, 2014, art. no. 052906, pp. 1-8.

DOI:10.1103/PhysRevE.89.052906

〔学会発表〕(計13件)

大同寛明, 振動子と興奮性素子が混在する集団における秩序変数のスケーリング則, 日本物理学会第72回年次大会, 2017年3月20日, 大阪大学豊中キャンパス, 豊中市

大同寛明, 振動子と興奮性素子の混在する集団のダイナミクス, 日本物理学会2016年秋季大会, 2016年9月14日, 金沢大学角間キャンパス, 金沢市

Hiroaki Daido, Aging transition in large populations of globally coupled excitable and oscillatory units, *Advances in the collective behavior of complex systems*, September 2, 2016, University of Potsdam, Potsdam, Germany.

大同寛明, 西尾一穂, 振動子と興奮性素子の混在する集団のダイナミクス, 日本物理学会第71回年次大会, 2016年3月19日, 東北学院大学泉キャンパス,

仙台市

大同寛明, 振動子集団の感受率, 日本物理学会 2015 年秋季大会, 2015 年 9 月 16 日, 関西大学千里山キャンパス, 吹田市

西村静恵, 大同寛明, 振動子と興奮性素子が混在する少数自由度系のダイナミックス, 日本物理学会 2015 年秋季大会, 2015 年 9 月 16 日, 関西大学千里山キャンパス, 吹田市

酒井健太郎, 大同寛明, 4 個の興奮型位相振動子結合系のダイナミックス, 日本物理学会 2015 年秋季大会, 2015 年 9 月 16 日, 関西大学千里山キャンパス, 吹田市

Hiroaki Daido, Dynamics of large populations of coupled active and inactive oscillators: Aging transition in Hopf and SNIC scenarios, *Dynamics of Coupled Oscillators: 40 years of the Kuramoto model*, July 28, 2015, Max Planck Institute for the Physics of Complex Systems, Dresden, Germany.

大同寛明, 振動子・同期現象・エイジング, 「荷電粒子系の物理」研究会, 2014 年 12 月 27 日, 名古屋大学, 名古屋市

Shizue Nishimura, Hiroaki Daido, Synchronization and chaos in a pair of diffusively coupled Morris-Lecar systems, *Japan-Slovenia Seminar on Nonlinear Science (Kansai 2014)*, October 27, 2014, Nara Women's University, Nara.

Kentaro Sakai, Hiroaki Daido, A simple model of quadrupeds' central pattern generators (CPGs), *Japan-Slovenia Seminar on Nonlinear Science (Kansai 2014)*, October 27, 2014, Nara Women's University, Nara.

大同寛明, 笠間晃, 西尾一穂, 振動子と興奮性素子の混在する集団のダイナミックス, 日本物理学会 2014 年秋季大会, 2014 年 9 月 9 日, 中部大学春日井キャンパス, 春日井市

Hiroaki Daido, Aging transition and other phenomena in large populations of dynamical units, *9th International Summer School/Conference "Let's Face Chaos through Nonlinear Dynamics"*, July 3, 2014, Maribor, Slovenia.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :

番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

〔その他〕
ホームページ等
Hiroaki Daido
<http://www.osakafu-u.ac.jp/~daido/opue.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者
大同寛明 (DAIDO, Hiroaki)
大阪府立大学・工学研究科・教授
研究者番号 : 70188465

(2) 研究分担者
なし

(3) 連携研究者
なし

(4) 研究協力者
なし