

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 18 日現在

機関番号：32409

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26400402

研究課題名(和文)クエンチダイナミクスによる乱れた系のグリフィス特異性

研究課題名(英文)Griffiths singularity in disordered systems by a quench dynamics

研究代表者

鈴木 正 (Suzuki, Sei)

埼玉医科大学・医学部・講師

研究者番号：30391999

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：本プロジェクトでは、乱れのある2次元蜂の巣格子イジング模型において、乱れの程度をパラメータとした絶対零度の強磁性常磁性転移点を厳密に求めることに初めて成功した。次に、量子揺らぎによって起こる絶対零度の相転移である量子相転移の近傍で、系のパラメータをゆっくり動かすクエンチダイナミクスに注目し、物理量のパラメータ変化速度に関する普遍的なキップル・ズーレックスケール則を新たに見出した。また、パラメータをある時刻に瞬間的に動かした後に、動的量子相転移と呼ばれる、ロシュミット重なりという量の時間発展に現れる特異性を、複数の量子非可積分系において新たに発見した。

研究成果の概要(英文)：By the present project, we successfully determined the exact location of the ferromagnetic-paramagnetic transition at the zero temperature in the disordered honeycomb lattice Ising model with the controllable disorder strength. We next obtained some universal scaling relations that physical quantities follow in the quench dynamics induced by quenching a parameter slowly near a quantum phase transition, which is a phase transition occurring at zero temperature in the presence of a quantum fluctuation. We also discovered singularities, called as dynamical quantum phase transitions, appearing in the time evolution of the so-called Loschmidt overlap after a sudden change of a parameter in a few non-integrable systems.

研究分野：統計物理、物性理論

キーワード：ランダム系、相転移、動的量子相転移、量子相転移、スケーリング、クエンチダイナミクス、キップル・ズーレック機構

### 1. 研究開始当初の背景

本プロジェクトでは乱れた系に現れるグリフィス特異性に注目していた。グリフィス特異性は系が全体としては無秩序状態(秩序状態)にありながら、乱れの影響によって部分的に秩序化(無秩序化)した状態となり、それに伴って自由エネルギーが非解析的になるというものである。グリフィス特異性は熱力学的な物理量に発散などの特異性を生じない弱い特異性であり、実験で直接的に観測することは困難であった。また理論的にも、グリフィス特異性を伴うグリフィス相の存在が量子揺らぎのない古典系または熱揺らぎのない絶対零度の量子系でのみ議論されており、熱揺らぎと量子揺らぎを同時に含む有限温度の量子系におけるグリフィス相は調べられていなかった。

ところで、系のパラメーターを時間とともに徐々に動かすことによって系を時間発展させることをクエンチダイナミクスと呼ぶ。パラメーターを無秩序相から相転移点をまたいで秩序相に動かすと、最終的に系は不均一性を持った不完全な秩序状態となる。その不均一性はパラメーター変化速度によってスケールされる。このことをキップル・ズーレックスケーリングと呼ぶ。キップル・ズーレックスケーリングはパラメーターの変化が相転移点をまたぐかどうかで変わってくる。本プロジェクトでは、キップル・ズーレックスケーリングを利用して、グリフィス相の境界を決定しようと考えた。

### 2. 研究の目的

本プロジェクトの目的は次の2つであった。

(1)クエンチダイナミクスを利用してグリフィス相を特定する実験的に実行可能な方法を開発し、具体的な模型で検証すること。

(2)熱揺らぎと量子揺らぎが同時に存在する有限温度の乱れた量子系において、普遍的な相図とグリフィス相の性質を明らかにすること。

### 3. 研究の方法

まず簡単な場合として、量子揺らぎのない古典系に関して、層状の乱れを含んだ蜂の巣格子イジング模型に注目する。この模型は可解模型であるため、静的な性質を厳密に計算する。また、温度を変化させるクエンチダイナミクスをモンテカルロ法により数値的に調べる。それによって、キップル・ズーレックスケーリングからグリフィス相の静的特性を取り出す方法を確立する。

次に、量子揺らぎが存在する場合として、2次元ランダム横磁場イジング模型に注目する。連続虚時間量子モンテカルロ法により静的物理量とクエンチダイナミクスを調べる。それによってグリフィス相の普遍的特性を明らかにする。

### 4. 研究成果

(1)層状の乱れを含む蜂の巣格子イジング模型において、乱れの程度と温度をパラメーターとした相図を求めた。絶対零度における乱れの程度をパラメーターとした転移点は解析的に厳密に求めた。有限温度の相境界は無限個のランダム行列の積を数値的に評価することで精密に求めた。とりわけ絶対零度の転移点に関する結果は、非自明な結果を厳密に求めたという点で数理統計物理において大きな意義を持っている。

(2)不連続相転移のクエンチダイナミクスに関するキップル・ズーレックスケーリングはこれまでに知られていなかった。研究代表者たちは不連続量子臨界点と呼ばれる特別な不連続相転移に注目し、新しい普遍的なキップル・ズーレックスケーリングを見出し、その相転移を含む1次元XXZ模型において実際に数値的に検証した。数値計算には時間発展密度行列繰り込み群を用いた。本研究によって、キップル・ズーレックスケーリングは初めて不連続相転移に広げられたと言える。

(3)1スピンの多スピン系の環境と結合し、環境のパラメーターが時間とともに変化するとき、1スピンのデコヒーレンス因子と呼ばれる量が従う普遍的なスケージング則をキップル・ズーレックスケーリングの拡張により見出した。この研究により、1スピンのコヒーレンスが、多スピンの環境との結合によりどのように失われるかが普遍的に明らかになった。

(4)孤立した量子多体系において、基底状態を初期状態とし、パラメーターを瞬間的に変化させて時間発展させる。このとき、ロシュミット重なりと呼ばれる量の時間発展に特異性が現れることが見付き、動的量子相転移という名前がつけられて話題となっていた。この現象は量子可積分系においても調べられていたが、研究代表者たちは時間発展密度行列繰り込み群を用いて、1次元の非可積分系においてどのような条件でそれが現れるかを明らかにした。

(5)ロシュミット重なりに現れる動的量子相転移はまだ研究が始まって間もない現象であり、さまざまな系でそれが起こるかどうかを調べることに意義があった。研究代表者たちは無限次元系において、動的量子相転移がどのような条件で起こるかを明らかにした。本研究は動的量子相転移の観測例を一つ加えたという点で意義を持っている。

ところで、上記の研究成果は、必ずしも本プロジェクトの目的や計画に沿うものではない。そうなった理由として次の二つの要因があげられる。

一つは、初年度に本プロジェクトの支援を受けて開いた研究会で IIT Kanpur (インド)

の Amit Dutta 氏と出会い、議論したことである。Amit Dutta 氏との議論をきっかけとして上記(2)から(4)の研究を迅速に進めることに意義があることがわかり、本プロジェクトとも間接的に関係があることから、研究を進めた。

もう一つは、プロジェクト2年目に New Horizons of Quantum and Classical Information 2015 という国際会議に参加したことである。この会議において、研究代表者は他の参加者と議論を行い、上記(5)の研究を迅速に行う必要があることを認識した。(5)は本プロジェクトの計画には入っていなかったが、間接的に関係があるため、研究に取り組んだ。また、この会議では熱浴と結合している量子多体系のクエンチダイナミクスがこれからの重要な研究課題となることを研究代表者は直感した。この研究課題は他に先駆けて結果を出すべき優先度の高い課題である。それゆえ、からなずしも本プロジェクトに沿うものではないが、2017年ごろから研究に取り組んだ。

以上の二つの思いがけない要因により、研究代表者は本プロジェクトの計画を変更して研究を行うに至った。計画の変更により、必ずしも当初の目的は達成されたとはいえないが、別の成果を生むことができたと考えている。後者もすべて本プロジェクトの支援の賜物である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

##### [雑誌論文](計8件)

Tomoyuki Obuchi, Sei Suzuki, and Kazutaka Takahashi, Complex semiclassical analysis of the Loschmidt amplitude and dynamical quantum phase transitions, Phys. Rev. B **95**, 174305 (2017), 査読有

DOI: 10.1103/PhysRevB.95.174305

Sei Suzuki, Tanay Nag, and Amit Dutta, Dynamics of decoherence: Universal scaling of the decoherence factor, Phys. Rev. A **93**, 012112 (2016), 査読有

DOI: 10.1103/PhysRevA.93.012112

Satoshi Morita and Sei Suzuki, Phase Transition of Two-Dimensional Ising Models on the Honeycomb and Related Lattices with Striped Random Impurities, J. Stat. Phys., **162** 123-138 (2016), 査読有

DOI: 10.1007/s10955-015-1400-0

Shraddha Sharma, Sei Suzuki, and Amit Dutta, Quenches and dynamical phase

transitions in a nonintegrable quantum Ising model, Phys. Rev. B **92**, 104306 (2015), 査読有

DOI: 10.1103/PhysRevB.92.104306

Sei Suzuki and Amit Dutta, Universal scaling for a quantum discontinuity critical point and quantum quenches, Phys. Rev. B **92**, 064419 (2015), 査読有

DOI: 10.1103/PhysRevB.92.064419

Sei Suzuki, Recent progress of quantum annealing, AIP Conf. Proc. **1648**, 200006 (2015), 査読無

DOI: 10.1063/1.4912484

Sei Suzuki, Performance of quantum annealing in solving optimization problems: a review, Euro. Phys. J. ST **224**, 51-61 (2015), 査読有

DOI: 10.1140/epjst/e2015-02342-4

Arnab Das and Sei Suzuki, Quo Vadis quantum annealing?, Euro. Phys. J. ST **224**, 5-13 (2015), 査読有

DOI: 10.1140/epjst/e2015-02337-1

##### [学会発表](計12件)

鈴木 正, Asmi Haldar, Arnab Das, 量子クエンチによる量子相転移の検出, 日本物理学会第73回年次大会, 2018年

Sei Suzuki, Quantum annealing of an open quantum system, Conference on Driven Quantum Systems (国際学会, 招待講演), 2018年

鈴木 正, 開放系の量子アニーリング: 環境は量子アニーリングの助けになるか?, 日本物理学会2017年秋季大会, 2017年

Sei Suzuki, Quantum annealing of an open quantum system, Adiabatic Quantum Computing Conference 2017 (国際学会, ポスター発表), 2017年

鈴木 正, 熱浴と相互作用する系の量子アニーリング, 日本物理学会第72回年次大会, 2017年

鈴木 正, 小淵 智之, 高橋 和孝, 根来 誠, 量子クエンチに伴う動的相転移の平均場理論, 日本物理学会2016年秋季大会, 2016年

Sei Suzuki, Universal scaling for a quantum discontinuity critical point and an adiabatic time evolution, Workshop on Theory & Practice of Adiabatic Quantum Computers & Quantum Simulation (国際学会, 招待講演), 2016年

鈴木 正, Tanay Nag, Amit Dutta, 量子スピン系の環境と結合した1スピンのデコヒーレンス, 日本物理学会第71回年次大会, 2016年

鈴木 正, 不連続転移近傍におけるシミュレーテッドアニーリングとキューブ・ズーレック機構, 日本物理学会2015年秋季大会, 2015年

Sei Suzuki, Quantum annealing of a disordered Ising chain, New Horizons of Quantum and Classical Information 2015 (国際学会, 招待講演), 2015年

鈴木 正, Amit Dutta, 不連続転移における連続的な量子クエンチの普遍的理論, 日本物理学会第70回年次大会, 2015年

Sei Suzuki, Quantum annealing: a base of quantum computation, International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics(国際学会, 招待講演), 2014年

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

鈴木 正 (SUZUKI, Sei)  
埼玉医科大学・医学部・講師  
研究者番号: 30391999

### (2) 研究協力者

森田 悟史 (MORITA, Satoshi)  
小淵 智之 (OBUCHI, Tomoyuki)  
高橋 和孝 (TAKAHASHI, Kazutaka)  
Das Arnab (DAS, Arnab)  
Dutta Amit (DUTTA, Amit)  
Sharma Shraddha (SHARMA, Shraddha)  
Nag Tanay (NAG, Tanay)