

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 19 日現在

機関番号：34419

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26400412

研究課題名(和文) U(1)格子ゲージ・ヒッグスモデルの相構造と磁力線・磁気単極子の力学

研究課題名(英文) Phase Structure of the U(1) Lattice Gauge Higgs Model and Dynamics of Magnetic Flux and Magnetic Monopole

研究代表者

松居 哲生 (MATSUI, Tetsuo)

近畿大学・理工学部・教授

研究者番号：60257962

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：光学格子上的冷却原子系を用いてU(1)格子ゲージ・ヒッグスモデルを量子シミュレーションする方法を提案し、実験で期待される結果を予想した。この方法は1,2,3次元いずれの光学格子にも適用可能で、サイト間密度-密度相互作用を持つ拡張ボースハバードモデルと異方的相互作用を持つU(1)ゲージ・ヒッグスモデルの対応を与える。また、実験での指針を得るため、ゲージモデルの相構造を数値シミュレーションで求め、原子系のパラメータで相構造を表した。さらに、グロス・ピタエフスキー方程式を用いて系の時間発展を解析した。1次元系に対しては、電気力線の力学に関するシュウインガー機構の動的版と見なせる現象を観測した。

研究成果の概要(英文)：We propose and examine a method of quantum simulation of U(1) lattice gauge Higgs model with asymmetric interactions by using a cold-atom system on an optical lattice (1,2,3 dimensions), which is described by the extended Bose Hubbard model with off-site density-density interactions. After establishing the relation between these two models, we calculate the phase diagram of this gauge model by Monte Carlo simulation, and map it onto the parameter space of the atomic system. This information should be useful to perform experiments. We also study the time development of the gauge model by using Gross-Pitaevskii equation. The dynamics of electric fluxes on one-dimensional lattice exhibits a dynamical version of the Schwinger mechanism.

研究分野：凝縮系物理学理論

キーワード：冷却原子系 量子シミュレーション 格子ゲージ理論 拡張ボースハバードモデル 電気力線 グロス
ピタエフスキー方程式 非等方U(1)ゲージヒッグスモデル 磁気単極子

1. 研究開始当初の背景

我々を取り巻く自然現象のうち、日常生活で出会うものの多くはニュートン力学やマックスウェル電磁気学のような古典物理学的法則によって理解が可能である。しかし、一部の現象、特に極微の世界、超低温、超高压などの極端な環境での粒子や物質の振る舞いは、古典物理学の予想とは異なり、量子力学的法則に則ったものと考えられている。量子力学に従ってこれらの現象、例えば金属の超低温での振る舞いを理論的に「理解」するためには以下のステップが必要になる。

- (1) 対象（金属）の数学的モデルを設定する
- (2) 数学やコンピュータを使って数学的モデルの性質、振る舞いを求める
- (3) 対象（金属）の実験を行なう
- (4) 実験結果とモデルの予言を比較する

モデルの予言が実験結果を再現したとき、我々は対象となる物質を理解した、と考える。しかし、量子効果の評価は難しく、現在の技術ではごく一部の場合を除いて(2)のモデル解析の段階で近似的で不正確な結論しか得られないのが実状である。

近年発展して来た冷却原子系を用いた量子シミュレーションでは、量子論的な振る舞いを理解したい系（物質）Aを記述すると期待される理論的モデルBを設定し、Bを正確に反映する実験系Cを決定し、これを光格子上に構築する。Cの実験を行い、結果を観測することで段階(2)を正確に遂行することが可能になる。すなわち理解したい物質AをモデルBと等価な物質Cで実験的にシミュレーションするわけである。

研究開始当初はまさに様々な物質の量子シミュレーションが提案・遂行され、成熟期に入った段階であったといえる。しかし、現代物理学で大変重要な役割をもつゲージ理論の諸モデルを量子シミュレーションするという企ては、ごく初期段階のものが提案されただけで、それらの実験的遂行はほぼ皆無の状況であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、量子シミュレーションの一例として、

- (1) 冷却原子系を用いて U(1)ゲージ対称性をもつ格子ゲージ・ヒッグスモデルを量子シミュレーションするための具体的な実験系を特定し、その設定方法を提案する。
- (2) さらに、冷却原子系の実験結果を前もって予想し、実験準備の指針とすることである。

格子ゲージ・ヒッグスモデルは素粒子の統一モデルや初期宇宙のモデルの基本的部分として導入され、また凝縮系物理学の様々なシーンにも現れる重要なものであり、その理解はこれらの分野の発展に不可欠である（5. 主

な発表論文等[5])。特にゲージ・ヒッグスモデルが示すと期待される閉じ込め相-ヒッグス相間の相転移は対称性の自発的破れによるヒッグス機構や宇宙初期で起こると考えられている宇宙の相転移を記述することになる。ゲージ・ヒッグスモデルの具体例として、我々は1, 2, 3次元空間格子上でU(1)ゲージ場とヒッグス場が異方的相互作用するU(1)格子ゲージ理論を考える。以下目的(1), (2)について具体的に示す。

(1) 実験遂行に際しての理論的指針の提案：実験家が準備可能な物質のうち、どのような冷却原子系がゲージ・ヒッグスモデルの量子シミュレーションに適しているかを理論的観点から吟味・確認する。ここでは先行研究の結果をふまえて、近接密度-密度相互作用を持つボース粒子系（拡張ボースハバードモデル）を軸に考える。密度-密度相互作用がある種の（空間的）異方性を持つとき、異方的U(1)ゲージ・ヒッグスモデルと見なすことができることを示す。このとき、両者のパラメータセットの定量的関係を確立することが重要である。さらに、原子間双極子-双極子相互作用を調整することで、シミュレーションに必要な密度-密度相互作用を獲得可能であることを示す。

(2) ゲージヒッグスモデルの諸性質の研究：

① 相構造などの統計力学的性質：
冷却原子系を準備し、実験する際、目的とするシミュレーションのためには、光学ポテンシャルその他の実験系のパラメータをどのように選ばばよいか、を決定する必要がある。この点は上記(1)で述べた通りである。次の段階はゲージ・ヒッグスモデルが示すと期待される閉じ込め相、クーロン相、ヒッグス相などの諸相のうち、どの相がどのパラメータで実現するか、実験を遂行する際、その目安・指針を得る必要がある。本研究の目的の一つは、ゲージ・ヒッグスモデルの相構造を数値計算により明らかにし、冷却原子系のパラメータ領域と対応させることである。

② 物理量（電気力線、磁力線・磁気単極子）の時間発展などの力学的性質の研究：

前述のように現在の数学、数値解析能力では理論的モデルの正確な予言を得ることは難しい。特に平衡量子統計力学で記述される静的性質（相構造など）に比べて非平衡量子統計力学で記述される動的性質（諸量の時間発展など）に対して難易度が高い。簡単に言うと、多原子系の量子状態の時間発展を記述するシュレディンガー方程式を数値的に正確に解くことはほぼ困難である。このためもあり、近似的にせよ多原子系の状態発展を論じ

た研究は希少であり、この分野の遅れを取り戻す必要がある。本研究では量子力学的系の時間発展を調べる近似的手法であるグロス・ピタエフスキー方程式を用いて問題にしている冷却原子系の動的性質を調べる。

閉じ込め相やヒッグス相などゲージ・ヒッグスモデルで期待される各相は比熱などの静的性質で分類されるが、その特徴は電気力線や位相励起と呼ばれる磁気単極子・磁力線の分布の差異にも表れる。各相の動的性質の理解にはこれらの物理量の時間変化の研究が必須である。特に初期宇宙のインフレーション・動的相転移過程、短距離結合を持つ位相振動子ネットワークの集団的性質など、ヒッグス場が関与する諸分野の問題を理解するために標準的、普遍的な知見・考え方を得ることが目的である。

3. 研究の方法

「2. 研究の目的」の各項を調べるための具体的方法を説明する。

(1) 実験遂行に際しての理論的指針の提案：

出発点となる冷却原子系として光学格子上の拡張ボース・ハバードモデルを考える。対応するゲージ格子上的 U(1)ゲージ・ヒッグスモデルとの等価性は原子間双極子-双極子相互作用を調節することで実現する。その妥当性はワニア状態を用いた数値計算等で確認する。

(2) ゲージヒッグスモデルの諸性質の研究：

① 相構造等の量子統計力学的性質：
U(1)格子ゲージ理論の相構造は格子ゲージ理論で頻繁に用いられるモンテカルロシミュレーションにより行う。

②物理量の量子力学的時間発展の研究：
原子系の時間発展をグロス・ピタエフスキー方程式により解析する。電気力線、磁力線・磁気単極子分布の時間変化を解析する。

4. 研究成果

(1) 実験遂行に際しての理論的指針の提案：

光学格子に用意する冷却原子系は拡張ハバードモデルと呼ばれるもので、そのハミルトニアンは以下で与えられる。

$$H_{EBH} = -\sum_{a \neq b} J_{ab} \hat{\psi}_a^\dagger \hat{\psi}_b + \frac{V_0}{4} \sum_a \hat{\rho}_a (\hat{\rho}_a - 1) + \sum_{a \neq b} \frac{V_{ab}}{2} \hat{\rho}_a \hat{\rho}_b,$$

$\hat{\psi}_a$: 光学格子点 a での原子の消滅オペレータ,
 $\hat{\rho}_a$: a での原子数密度, J_{ab} : ホッピング振幅,
 V_{ab}, V_0 : 密度密度相互作用。

3次元光学格子 (5. 主な発表論文等[3]) と U(1)ゲージ・ヒッグスモデルのゲージ格子の関係を図 1 に示す。

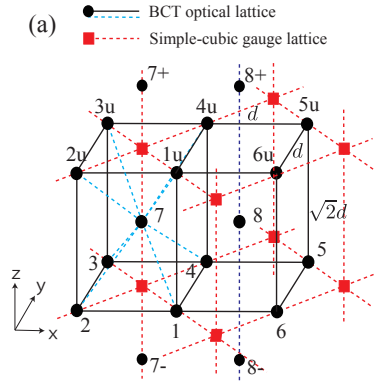


図 1: 光学格子 (黒丸) とゲージ格子 (四角)

U(1)ゲージ・ヒッグスモデルの状態和 Z と 3+1次元作用 A は以下で与えられる。

$$Z_{GH} = \int [D\theta_{x,\mu}] \exp(A_{GH}),$$

$$A_{GH} = A_I + A_P + A_L,$$

$$A_I = \sum_{x,\mu} c_{1\mu} \cos \theta_{x,\mu}, \quad A_P = \sum_{x,\mu < \nu} c_{2\mu\nu} \cos \theta_{x,\mu\nu},$$

$$\theta_{x,\mu\nu} \equiv \theta_{x,\mu} + \theta_{x+\mu,\nu} - \theta_{x+\nu,\mu} - \theta_{x,\nu},$$

$$A_L = \sum_{x,i < j} c_{3ij} [\cos(\theta_{x,i} - \theta_{x,j}) + \cos(\theta_{x,i} + \theta_{x+i,j}) + \cos(\theta_{x+i,j} - \theta_{x+j,i}) + \cos(\theta_{x,j} + \theta_{x+j,i})].$$

$\theta_{x\mu}$ は 4次元格子点 x から $\mu (= 0, 1, 2, 3)$ 方向に出るリンク上の U(1) ゲージ場 (角度変数)。

冷却原子系と異方的ゲージ系、両者のパラメータの関係は以下ようになる。

$$c_1 \equiv c_{10} = \frac{\gamma^2}{\Delta\tau},$$

$$c_2 \equiv c_{201} = c_{202} = c_{203} = \frac{1}{\Delta\tau V_0'},$$

$$c_3 \equiv c_{312} = c_{313} = c_{323} = J\rho_0 \Delta\tau.$$

$$c_0 = c_{2ij} = 0.$$

$\Delta\tau$ は経路積分の虚時間軸 ($\mu = 0$) の刻み幅。
 $\gamma^2 = 1/V_{ab}$, $J = J_{ab}$ (ab が最近接ペア)。

(2) ゲージヒッグスモデルの諸性質の研究：

① 相構造などの統計力学的性質：

上記 3+1次元 U(1)ゲージ・ヒッグスモデルの相構造の一例を図 2 に示す。

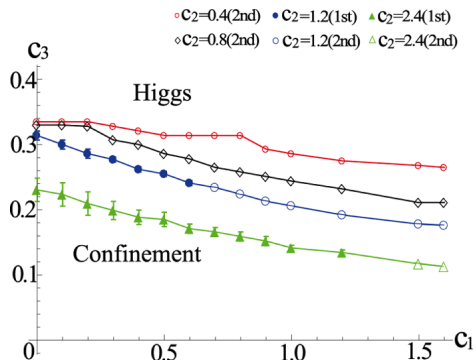


図 2: 3+1次元 U(1)ゲージ・ヒッグスモデルの相構造。ヒッグス相と閉じ込め相がある。

この結果を冷却原子系のパラメータで取り直した相図が図3であり、実験を遂行する際の指針となるものである。

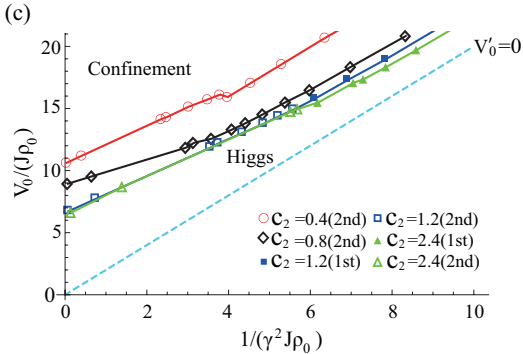


図3：原子系のパラメータで見た相構造 (ρ_0 は平均原子数密度, $V'_0 = V_0 - 2\gamma^{-2}$).

②物理量（電気力線，磁力線・磁気単極子）の時間発展などの力学的性質の研究：まず上記の諸量の平衡状態での値を確認する（図4）。

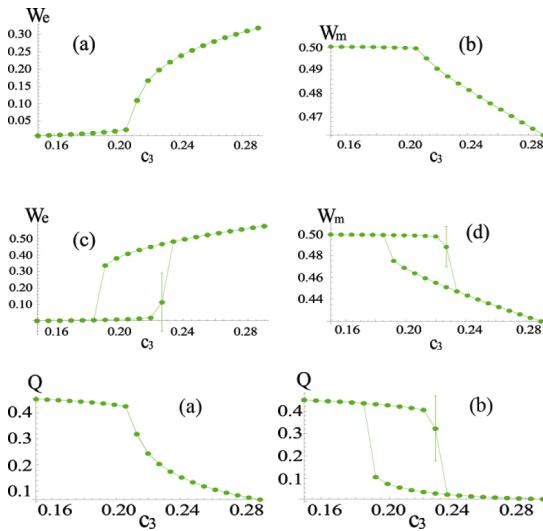


図4：電場，磁場の揺らぎ W_e , W_m ，磁気単極子密度 Q の値（上段と下段左： $c_1 = 0.9, c_2 = 1.2$ ，中段と下段右： $c_1 = 0.2, c_2 = 2.4$ 。 c_3 小で閉じ込め相，大でヒッグス相。

閉じ込め相では電場の揺らぎが小さく，磁場の揺らぎが大きい。また磁気単極子が豊富である。

次に距離 l 離れた2点 r_+ , r_- に固定した正負の電荷対の間に張られた電場の揺らぎの時間変化を図5に示す。閉じ込め相(a)では周期振動が見られ，電気力線がほぼ1次元的に絞られていることがわかる。ヒッグス相(b)では揺らぎが l に比例し，電場が空間全体に拡散する，という解釈ができる。

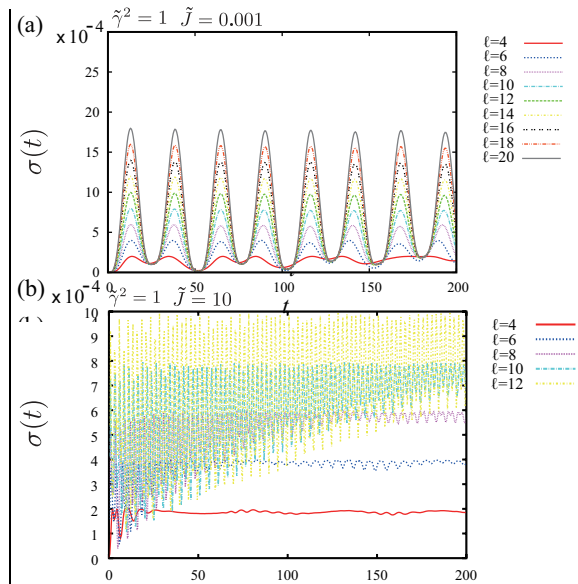


図5：正負の電荷間に張られた電気力線の揺らぎ。

$$\sigma(t) \equiv \sum_{(r,i) \in (r_+, r_-)} \left[(E_{r,i}(t))^2 - E_0^2 \right]^2$$

図5と同じ初期条件で各相での電場分布と電場の発散（ヒッグス電荷密度）のスナップショットを図6に示す。電気力線は閉じ込め相ではほぼ直線的，ヒッグス相では一様分布である。電荷密度は密度-密度相互作用に逆比しており，ヒッグス相に深く入るほど大きい。

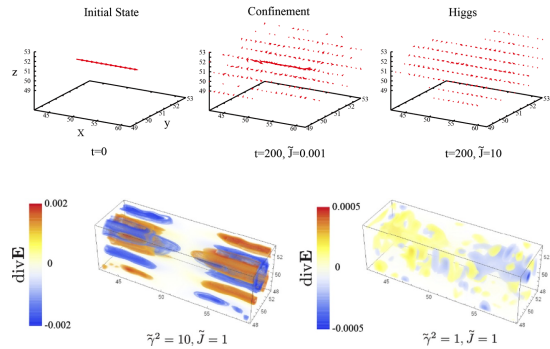


図6：上段は右から電場の初期分布，閉じ込め相（中），ヒッグス相（右）でのスナップショット。下段はヒッグス電荷密度， $|\nabla E_r| \propto \gamma$ ($\tilde{\gamma}^2 = \gamma^2 V'_0$)。

(3) まとめと今後の課題

以上，3次元格子での結果を見てきたが，1次元格子（5．主な発表論文等[1]），2次元格子（同[4]）でも $U(1)$ ゲージ・ヒッグスモデルの相構造と時間変化に対して同様の解析結果が得られた。冷却原子系のパラメータで見たゲージモデルの相構造（図3等）は，実験を遂行する際の指針として役に立つ。また，時間変化については，1次元系に対して電気力線の力学に関してよく知られたシュウインガー機構の動的版と見なせる現象が観測された。原子数密度の揺らぎが電場に対応するので，実験的には電場のシミュレーションがもっとも容易であり，実験での確認が

待たれる。ゲージ理論の時間変化の研究は理論的にも未成熟な分野で、興味深い現象の発見など、理論、実験両面からの発展が期待される。特に $U(1)$ ゲージ場とヒッグス型の場合が相互作用した系の時間変化はニューラルネットワークなどの分野でも同期現象の観点から興味を持たれている(5. 主な発表論文等[2])。電場・電気力線の時間発展の解析に時間を取られたため、本研究の目的の一つであった磁力線・磁気単極子の力学の解析は結果をまとめる段階にはいたらなかった。まとめり次第公表の予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

[1] "Quantum simulation of (1+1)-dimensional $U(1)$ gauge-Higgs model on a lattice by cold Bose gases", Yoshihito Kuno, Shinya Sakane, Kenichi Kasamatsu, Ikuo Ichinose, Tetsuo Matsui, Physical Review D95, 094507(1-16) (2017), arXiv:1605.00333, DOI:10.1103/PhysRevD.95.094507

[2] "Neural network for quantum brain dynamics: 4D $CP1+U(1)$ gauge theory on lattice and its phase structure", Shinya Sakane, Takashi Hiramatsu and Tetsuo Matsui, Neural Information Processing: 23rd International Conference, ICONIP 2016, Kyoto, Japan, October 16-21, 2016, Proceedings, Part I, 324-333, A. Hirose, S. Ozawa, K. Doya, K. Ikeda, M. Lee, D. Liu (Eds.), arXiv:1610.05433

[3] "Atomic quantum simulation of a three dimensional $U(1)$ gauge-Higgs model", Yoshihito Kuno, Shinya Sakane, Kenichi Kasamatsu, Ikuo Ichinose, Tetsuo Matsui, Physical Review A94, 063641(1-22) (2016), arXiv: 1605.02502, DOI:10.1103/PhysRevA.94.063641

[4] "Real-time dynamics and proposal for feasible experiments of lattice gauge-Higgs model simulated by cold atoms", Yoshihito Kuno, Keichi Kasamatsu, Yoshiro Takahashi, Ikuo Ichinose and Tetsuo Matsui, New Journal of Physics 17, 063005 (1-16) (2015), arXiv:1412.7605, DOI:10.1088/1367-2630/17/6/063005

[5] "Lattice Gauge Theory for Condensed Matter Physics: Ferromagnetic Superconductivity as its Example", (Invited Review Paper) Ikuo Ichinose, Tetsuo Matsui,

Modern Physics Letters B28, 1430012 (1-33) (2014), arXiv:1408.0089, DOI:10.1142/S0217984914300129

[学会発表] (計8件)

[G1] "疎結合 $CP1+U(1)$ ゲージニューラルネットワークとその相構造", 坂根真矢, 佐藤愛美薫, 松居哲生, 日本物理学会, 大阪大学, 2017-03-17.

[G2] "Neural Network for Quantum Brain Dynamics: 4D $CP1+U(1)$ Gauge Theory on Lattice and its Phse Structure", Shinya Sakane, Takashi Hiramatsu, Tetsuo Masui, ICONIP2016, 京都大学, 2016-10-17.

[G3] "冷却原子系に構築される $U(1)$ gauge-Higgs モデルがもつ Schwinger mechanism と閉じ込め電束の実時間発展", 久野義人, 坂根真矢, 河木啓真, 笠松健一, 一瀬郁夫, 松居哲生, 日本物理学会, 宮崎大学, 2016-09-23.

[G4] "3次元拡張ボースハバードモデルと $U(1)$ 格子ゲージ-ヒッグス理論", 久野義人, 坂根真也, 笠松健一, 一瀬郁夫, 松居哲生, 日本物理学会, 金沢大学, 2016-09-13.

[G5] "1D 拡張 Bose-Hubbard モデルの格子ゲージ理論による解釈: $U(1)$ 格子 gauge-Higgs モデルとの相構造対応", 久野義人, 河木啓真, 笠松健一, 一瀬郁夫, 松居哲生, 日本物理学会, 東北学院大学, 2016-03-19.

[G6] "極低温原子系を用いた $U(1)$ gauge-Higgs model の研究: 閉じ込め flux の実時間ダイナミクスの計測", 久野義人, 笠松健一, 高橋義朗, 一瀬郁夫, 松居哲生, 日本物理学会, 大阪市立大学, 2015-09-25.

[G7] "極低温原子系における格子ゲージ理論の量子シミュレーション: (3+1)D $U(1)$ gauge-Higgs model の構築とその相構造", 久野義人, 笠松健一, 坂根真矢, 一瀬郁夫, 松居哲生, 日本物理学会, 関西大学, 2015-09-16.

[G8] "冷却原子系を用いた格子ゲージ理論の量子シミュレーション: $U(1)$ gauge-Higgs model における閉じ込め相, Higgs 相のダイナミクス", 久野義人, 笠松健一, 高橋義朗, 一瀬郁夫, 松居哲生, 日本物理学会, 早稲田大学, 2015-03-21.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松居 哲生 (MATSUI, Tetsuo)

近畿大学・理工学部・教授

研究者番号：60257962

(3) 連携研究者

一瀬 郁夫 (ICHINOSE, Ikuo)

名古屋工業大学・工学部・教授

研究者番号：20159841

笠松 健一 (KASAMATSU, Kenichi)

近畿大学・理工学部・準教授

研究者番号：70413763

(4) 研究協力者

中野 勇気 (NAKANO, Yuki)

坂根 真矢 (SAKANE, Shinya)