

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 8 月 8 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26420109

研究課題名(和文) Theoretical and numerical studies on compressible turbulent flows with shock waves

研究課題名(英文) Theoretical and numerical studies on compressible turbulent flows with shock waves

研究代表者

大和田 拓 (Ohwada, Taku)

京都大学・工学研究科・准教授

研究者番号：40223987

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：衝撃波とランキン渦との干渉を気体論方程式(BGK方程式)及び圧縮性ナビエ・ストークス方程式に基づきそれぞれ数値解析した。渦の衝撃波近傍を除く大域的な振舞いは衝撃波捕獲スキームで十分な精度が達成できることが確認された。この結果はコルモゴロフ長が衝撃波の厚みの数十倍程度の乱流と衝撃波の干渉に衝撃波捕獲スキームが適用できることを示唆するものである。さらに衝撃波異常現象に高い堅牢性を有し、接触不連続面をシャープに捕らえる高次精度の衝撃波捕獲スキームを開発した。既存の衝撃波と乱流の干渉の直接数値シミュレーションで用いられているWENOスキームよりも約半分程度の計算コストで同じ性能が達成されている。

研究成果の概要(英文)：The interaction between a Rankine vortex and a normal shock wave was numerically analyzed and acceptable agreement between the BGK solution and the NS shock-capturing one was confirmed except around the shock wave, which suggests that shock-turbulence interaction can be well analyzed by conventional shock capturing approach when Kolmogorov scale is two orders of magnitude larger than the mean free path of gas molecules. We developed a high order accurate shock-capturing scheme aiming to application to shock-turbulence interaction. The scheme is endowed with strong robustness against shock anomalies and capture a contact-discontinuity sharply. Its computational cost is about 60 percent of WENO scheme, which is often employed in numerical simulations of shock-turbulence interactions.

研究分野：流体力学

キーワード：Shock capturing high order accuracy carbuncle phenomenon post shock oscillations contact discontinuity turbulence

## 1. 研究開始当初の背景

衝撃波を実際の厚みよりはるかに大きい格子幅で、非物理的な振動を伴わず、熱力学第二法則を破らず、出来るだけシャープに捕らえる妥協的・懐柔的な計算方法が衝撃波捕獲である。衝撃波捕獲の数学的・理論的研究を通して、偏微分方程式の数値解法に関する数々の重要な基礎が我々に齎されたが、それ自体の厳密な理論は依然としてトイモデル、すなわちスカラー保存則の場合に限られている。衝撃波捕獲の研究はマンハッタン計画の中で von Neumann と Richtmyer によって始められ、これまでに Godunov, FDS, FVS, AUSM, KFVS 等の様々な方法が提案されてきた。現在、衝撃波捕獲スキームは航空宇宙工学、機械工学、天体物理学をはじめとする科学技術の様々な分野の高速気流解析に必須の道具となっているが、依然として問題を抱えていることは否めない。衝撃波捕獲スキームは、道具であるから簡単なものが望ましいが、多くの流体技術者にとってブラックボックス化している。衝撃波捕獲スキームの主たる項目として、Euler 方程式の特性の理論、Riemann 問題の解、高次精度の高級な再構成法等が挙げられるが、これらは果して必須、本質的なのであろうかという疑問が生じる。CFD の論文や教科書には確かに衝撃波捕獲のやり方は書かれているが、その必然性に関する記述は非常に乏しい。技術的課題も残されている。例えばスカラー保存則で TVD 条件を満たすように設計された勾配の制限法を圧縮性 Euler 方程式系に適用しても非物理的な振動を完全に抑制できるわけではない。また高マッハ数領域の衝撃波捕獲において頻発するカーバンクル現象やポストショック振動といった数値的な異常現象には、未だに数値粘性を増加させるという対処療法しかない。Richtmyer の成功から 70 年近く経過した現在、衝撃波を伴う多次元圧縮性流体の数学理論は未だ完成されておらず、Lax は 2007 年の

Gibbs レクチャーでこれをスキャンダルと呼んだ。この様に理論的裏付けが乏しく試行錯誤を余儀なくされる状況では、高級な理論や方法に頼るといって従来のアプローチの他に、初等的方法に立ち返ることも無意味ではなからう。

## 2. 研究の目的

本研究では、衝撃波と乱流の干渉問題に対応できる流体ソルバーを開発することを目的とする。研究背景で述べた哲学に従い、可能な限り初等的な方法でスキームを構築することを目指す。そのスペックは以下の通りである。

- i) 計算スキームは有限体積法である。
- ii) カーバンクル現象等の衝撃波異常現象に対し高い堅牢性を有する。
- iii) 静止接触不連続面を内部点なしにシャープに求めることができる。
- iv) 空間 5 次、時間 4 次精度の高精度を達成する。
- v) 計算効率が高い。

## 3. 研究の方法

スキーム構築は代表者が過去の研究で開発した気体論的スキームをたたき台にし、初等的方法のみで高性能なスキーム構築に挑戦した。本研究で行った数値計算は本科学研究費の助成を受けて購入した GPU をパラレル計算機として使用した。

## 4. 研究成果

i) 衝撃波捕獲スキームの妥当性・有用性  
衝撃波の厚みは気体分子の平均自由行程度(常温・常圧下で約 0.07 マイクロメートル)で、その内部の気体は高度に非平衡であり(弱い衝撃波の場合を除く)、その計算には気体論(Boltzmann 方程式)が必要になる。衝撃波捕獲は実際の衝撃波の厚みよりもはるかに大きい幅の格子を使い数値粘性を効かせて非物理的な振動を抑え込むものであるから、実際の物理とはかけ離れている。衝撃波捕獲の有効性及び効率性を再確認するために、ここでは流体力学の最小スケールである Kolmogorov 長程度の Rankine 渦と衝撃波との干渉の数値計算結果を紹介する。

上流の Mach 数が 3 の静止衝撃波の上流に Rankine 渦を置き、これが下流の衝撃波と干渉する様子を、Boltzmann 方程式のモデル方程式である BGK 方程式および BGK 方程式から Chapman-Enskog 展開して導かれる圧縮性 Navier-Stokes 方程式に基づきそれぞれ数値解析した。Rankine 渦の周速度は中心から衝撃波上流の平均自由行程の 150 倍まで半径に比例して Mach 数 0.1 まで増大した後、中心から平均自由行程の 200 倍の距離でゼロにな

るように設定した(渦の周辺最大速度と直径および上流の粘性係数に基づく Reynolds 数は 75.5) .BGK 方程式の数値計算(以下 A)では衝撃波の内部を解像する計算格子(衝撃波に垂直な方向の最小の格子幅は平均自由行程の約 4 分の 1)を用いた . 圧縮性 Navier-Stokes 方程式の数値計算では,ここで開発したスキームのたたき台であるスキーム(ただし 2 段階版に変更したもの)を用いた . 計算格子は BGK 方程式の場合と同じものと,渦は解像するが衝撃波の内部は解像しない粗い計算格子(衝撃波に垂直な方向の最小格子幅は平均自由行程の約 8 倍)の 2 つを用いた . 前者の計算格子に対する数値計算を B, 後者に対するものを C と呼ぶことにする . 図 1 および 2 に同じ時刻の A, B, C によって得られた等密度線図を示す . A と B の結果ではほとんど区別がつかない . C では A 及び B の結果がほぼ正確に再現されている . 衝撃波捕獲の計算結果が BGK の計算結果と顕著に異なるのは衝撃波近傍に限られる . ここで用いた衝撃波捕獲スキームは解が滑らかで解像度が十分な場合(B の場合)には古典的な二段階 Lax-Wendroff スキームに一致する . しかしこの古典的スキームで C の場合の計算格子を用いて計算すると非物理的な振動が現れ,その結果は A 及び B の結果と大きく異なる(図は省略) . なお,計算に要した時間は A で 1 か月, B で 2 日,そして C で 10 分であった .

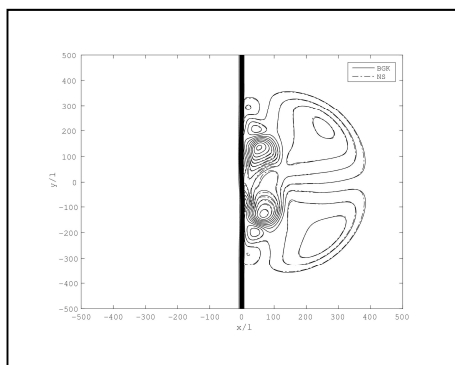


図 1 . A 及び B の結果 .

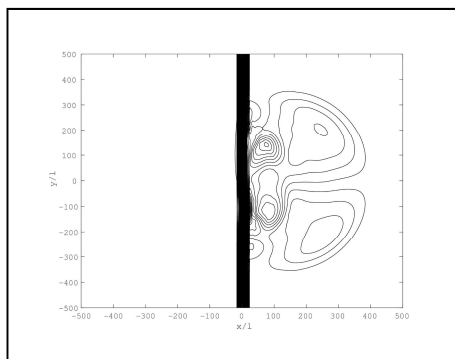


図 2 . C の結果 .

ii) 高次精度衝撃波捕獲スキームの開発  
まず空間一次元の結果として, Shu Osher 問題の結果を図 3 に示す . WENO スキームと同等程度の性能が達成されている .

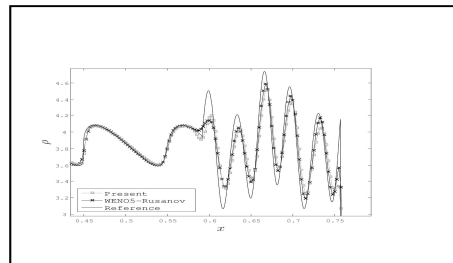
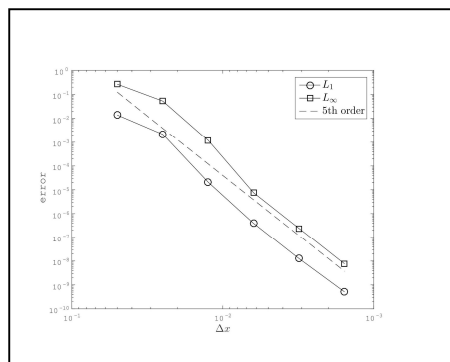


図 3 . Shu-Osher テスト .

空間 2 次元の問題として, 等エントロピ渦の顕彰問題における収束率を図 4 に, 円柱を過ぎる極超音速流(マッハ数 8.1)の結果を図 5 及び 6 に示す . 図 5 では比較のために WENO スキームの結果も併せて示してある . WENO スキームでは皺が生じているのに対し, 本スキームでは皺のない高品位な結果が得られている .



収束率

図 4 . 等エントロピ渦の計算における

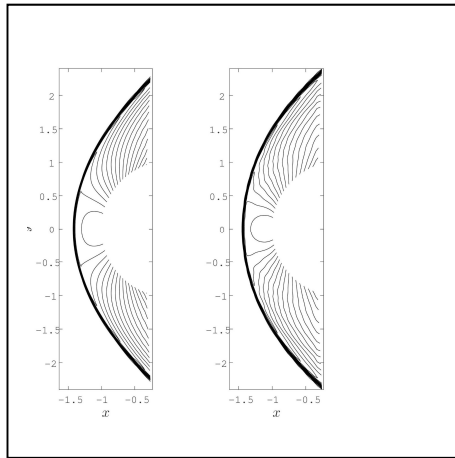


図5. 等密度線図。左：本スキーム、右：WENOスキーム。

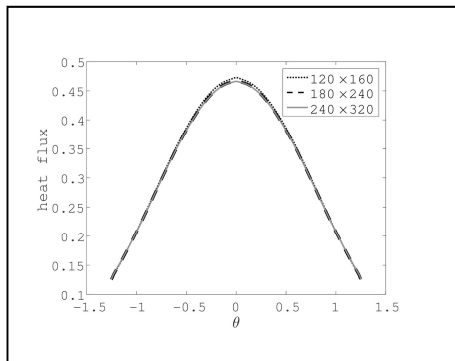


図6. 粘性計算における表面熱流分布。

図6に粘性計算における表面熱流分布を示す。比較的粗い解像度でも境界層を正しく捉え、その結果として表面熱流分布が正しく求められている。円柱を過ぎる極超音速流の問題はカーブクル現象等の衝撃波異常現象が生じる典型的な問題であるが、本スキームは種々のメッシュ及び解像度に対しこれらの異常現象を実質的にゼロに抑えられている。本スキームの計算コストはWENOスキームの6割程度である。本研究の特色はこのような性能・コスト面で優れたハイエンドなスキームが初等的な技法だけを使って構築できることを示した点にある。今後の乱流と衝撃波干渉の本格的な解析が期待される。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 0 件)

〔学会発表〕(計 7 件)

1. Taku Ohwada, Essence of Shock

Capturing, 11<sup>th</sup> Asian CFD conference, Dalian University of Technology, Sept 16-20, 2016 (invited).

2. Yuki Shibata, Takuma Kato, and Taku Ohwada, 5<sup>th</sup> order accurate robust shock/boundary-layer capturing scheme without WENO reconstruction, 11<sup>th</sup> Asian CFD conference, Dalian University of Technology, Sept 16-20, 2016.
3. Takuma Kato, Yuki Shibata, and Taku Ohwada, Protection against hypersonic aerodynamic heating by low speed counterflow jet, 11<sup>th</sup> Asian CFD conference, Dalian University of Technology, Sept 16-20, 2016.
4. Taku Ohwada, Essence of Shock Capturing, International conference on flow physics and its simulation - In memory of Prof. Jaw-Yen Yang, Dec. 3-5, 2016 (National University of Taiwan).
5. 大和田拓, 衝撃波捕獲の本質、京都大学数理解析研究所研究集会「非線形波動現象の数理に関する最近の進展」、平成 27 年 10 月 14 日～10 月 16 日(招待講演)。
6. 柴田悠希、加藤拓磨、大和田拓、衝撃波捕獲の本質、第 30 回数値流体力学シンポジウム、平成 28 年 12 月 12 日～12 月 14 日(東京)。
7. 加藤拓磨、柴田悠希、大和田拓、フィルムクーリングによる極超音速空力加熱に対する熱防御、第 30 回数値流体力学シンポジウム、平成 28 年 12 月 12 日～12 月 14 日(東京)。

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

なし

6. 研究組織

(1)研究代表者 大和田拓(Taku Ohwada)

所属(京都大学・大学院工学研究科・准教授)

研究者番号：40223987

(2)研究分担者

( )

なし

研究者番号：

(3)連携研究者

( )

なし  
研究者番号：

(4)研究協力者  
なし

( )