

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 7 日現在

機関番号：12601

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26540011

研究課題名(和文) 超高頻度データとリード・ラグ

研究課題名(英文) Ultra high frequency data and lead-lag

研究代表者

吉田 朋広 (Yoshida, Nakahiro)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：90210707

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：有限時間高頻度観測される点過程の強度過程が伊藤過程であるときに、その相関構造推定量を構成し、漸近挙動を解明した。これはリード・ラグ推定やプライスマデリングの基礎となる。点過程回帰モデルに対して、統計的確率場と多項式型大偏差不等式を基礎とする擬似尤度解析を構築し、とくにロングタームの場合にそれを与えた。オーダーブックのダイナミクスを表現するモデルを提案し、実証分析を行った。

研究成果の概要(英文)：An estimator for correlation between two intensity processes was proposed and limit theorems were proved when the intensities diverge under finite time horizon. These results form the basis for lead-lag estimation and price modeling. For a point process regression model, we constructed Quasi Likelihood Analysis based on statistical random fields and polynomial type large deviation inequalities, especially in long-term asymptotics. Models of limit order book dynamics were proposed and fitted to real data.

研究分野：理論統計学，確率論

キーワード：超高頻度データ 点過程 擬似尤度解析 リード・ラグ リミットオーダーブック 極限定理 確率解析

1. 研究開始当初の背景

超高頻度データ(ultra-high-frequency data)とは、サンプリング頻度が極めて高い、あるいは、集約・集計前の個別案件を記録した、件数の非常に大きい各種のデータをさす。

$X=(X(t))$, $Y=(Y(t))$ を2つの確率過程とし、それぞれが時点列 $S=(S(i))$, $T=(T(j))$ で観測されるとする。 X, Y が2つの銘柄の価格(あるいはリターン)とすると、 S, T は約定や気配値が変化したタイミングを表している。

共分散構造の推定は、統計推測の基礎である。 (X, Y) が伊藤過程であるとする。このとき、 X, Y 間の共分散構造は共変動過程 $[X, Y]$ で表現される。同期観測 $S=T$ の場合はリアライズド・コボラティリティが共変動過程の一致推定量になるが、非同期観測の場合、データ補間とリアライズド・コボラティリティを組み合わせた一見“自然な”推定量は、共変動過程の推定量として致命的な推定バイアスを持つことが知られている。この現象は70年代終わりより経験的に(現在では理論的にも)認識され、今日 Epps 効果と総称されている。推定バイアスを回避する非同期共分散推定量が、Malliavin-Mancino (フーリエ解析の方法, 2002), Hayashi-Yoshida (接合核の方法, 2005)によって提案されている。

金融市場において、リード・ラグ関係(すなわち、ある銘柄が他の銘柄の価格を追っているというリーダー/フォロワー関係)が認識されている。これはアービトラージの存在を意味しており注目されている。非同期共分散推定量(いわゆる Hayashi-Yoshida 推定量)は、その構造から時間の相対化を示唆し、この性質を用いてリード・ラグ推定へ発展している(Hoffmann, Rosenbaum and Yoshida, Bernoulli 2013)。

金融経済学では、取引のメカニズムが価格形成のプロセスに与える影響が認識され、総称して市場のマイクロ構造(マーケット・マイクロストラクチャー)と呼ばれる。非同期性とともに、マイクロストラクチャーも Epps 効果の原因であることが知られている。マイクロストラクチャーの下で、相関構造推定の基礎となる方法が求められている。

2. 研究の目的

観測の非同期性とマイクロストラクチャーの下で、リード・ラグ計測の基礎となる相関構造推定法を提案する。観測の非同期性とマイクロストラクチャーを同時にモデリングする方法を提案する。

3. 研究の方法

計数データに基づく相関構造分析やリード・ラグ問題を動機とし、強度過程が伊藤過程である点過程からの観測に基づき、計数過

程の局所ポアソン性によるランダムネスをフィルターで除去し、強度過程間の共分散および相関構造を推定する。

観測の非同期性あるいはマイクロストラクチャーが存在する場合、2つの確率過程の相関推定は困難になる。マイクロストラクチャーを外生的に捉え、ノイズとして除去するのがこれまでの多くの試みであったが、これに対し、我々のアプローチは点過程によってデータの持つ非同期性とマイクロストラクチャーを同時に表現することで現象全体を捉える。擬似尤度解析を構築し、推定量の漸近挙動を調べる。

4. 研究成果

有限時間高頻度観測される点過程の強度過程が伊藤過程であるときに、その相関構造(2次変動過程)を計数データから推定する問題に対して、局所フィルターと共分散推定法によって推定量を構成し、その漸近混合正規性を証明した。これはリード・ラグ推定やプライスマデリングの基礎となる。フィルタリングによる情報の減少を補うために漸近展開の方法が有望であり、その研究も進めた。

観測の非同期性とマイクロストラクチャーの同時モデリングという視点で導入された点過程回帰モデルに対して、統計的確率場と多項式型大偏差不等式を基礎とする擬似尤度解析(Quasi Likelihood Analysis)を構築し、とくにロングタームの場合にそれを与えた。ベイズ法の漸近理論や、予測、情報量規準に適用できる形式で統計量の漸近的性質を明らかにした。点過程回帰モデルは、共変量を自由に導入できる構造になっており、超高頻度データ解析の一つの方法になると思われる。リード・ラグは2つの強度関数の交互作用によって評価することができる。オーダーブックのダイナミクスを表現するモデルを提案し、実証分析を行った。

リード・ラグインデックス(Hoffmann, Rosenbaum and Yoshida, Bernoulli 2013)はフィジカルリード・ラグに対して正当化されているが、いっぽう、スタティスティカルリード・ラグの認識に至り、モデリングを試みた。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 4 件)

A. Kimura and N. Yoshida: “Estimation of correlation for latent processes”, *Advanced Modeling in Mathematical Finance, In honor of Ernst Eberlein*, 189 (2016) 131-146. DOI:10.1007/978-3-319-45875-5_6

Muni Toke and N. Yoshida: “Modelling intensities of order flows in a limit order book”, *Quantitative Finance*, 17, no. 5

(2017) 683-701.

DOI:10.1080/14697688.2016.1236210

N. Yoshida: “Asymptotic Expansions for Stochastic Processes”, Rabi N. Bhat-tacharya: Selected Papers, (2016) 15-32. DOI:10.1007/978-3-319-30190-7

S. Clinet and N. Yoshida: “Statistical inference for ergodic point processes and application to Limit Order Book”, Stochastic Processes and their Applications, to appear. DOI:10.1016/j.spa.2016.09.014

〔図書〕(計 0 件)

〔学会発表〕(計 24 件)

1. Limit order book modeling and quasi likelihood analysis. Workshop on Stochastic Models, Statistics and Their Applications, Humboldt University of Berlin, Germany, 2017.2.21 招待講演
2. Applications of the quasi likelihood analysis to point processes. ASC2017: Asymptotic Statistics and Computations, 東京大学(駒場キャンパス), 2017.2.1
3. Applications of the quasi-likelihood analysis for point processes to high frequency. 9th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2016), University of Seville, Spain, 2016.12.10 招待講演
4. Martingale expansion revisited. Stochastic Analysis and Statistics 4, 東京大学(駒場キャンパス), 2016.10.31
5. Recent developments in asymptotic expansion for non-ergodic systems. Advances in Statistics for Random Processes, Universite du Maine, Le Mans, France, 2016.9.7 招待講演
6. Asymptotic expansion of variations. Stochastic Analysis and Statistics 2, 東京大学(駒場キャンパス), 2016.8.6
7. Point processes and limit order book modeling. World Congress in Probability and Statistics, Fields Institute, Toronto, Canada, 2016.7.13 招待講演
8. Statistics for stochastic processes: inferential and probabilistic aspects. The 4th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, The Chinese University of Hong Kong, 2016.6.30 招待講演(DL)
9. Quasi likelihood analysis and limit order book modeling. Statistical methods for dynamical stochastic models (DYNSTOCH 2016), University Rennes 2, France, 2016.6.8
10. Asymptotic expansion and estimation of volatility. Stochastic Analysis and Statistics 1, 東京大学(駒場キャンパス), 2016.4.22
11. Martingale expansion: its applications and generalizations. Statistics for Stochastic Processes and Analysis of High Frequency Data V, University Pierre and Marie Curie (Paris 6), France, 2016.3.23
12. Asymptotic expansion of quasi likelihood estimators and model selection for volatility. ASC2016: Asymptotic Statistics and Computations, 東京大学(駒場キャンパス) 2016.2.15
13. Quasi likelihood analysis for ultrahigh frequency data. 9th Conference of the Asian Regional Section of the IASC (IASC-ARS 2015), National University of Singapore, Singapore, 2015.12.19 招待講演
14. Quasi likelihood analysis for ultrahigh frequency data. 8th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2015), Senate House, University of London, UK, 2015.12.13 招待講演
15. Ultra high frequency data: construction of quasi likelihood analysis, and some data analysis. Berlin Meeting on Statistical Analysis of Stochastic Processes, Humboldt University, Germany, 2015.11.6
16. Point processes and ultra high frequency data: limit order book modeling. 大規模統計モデリングと計算統計 II, 東京大学(駒場キャンパス), 2015.9.26
17. 点過程の推測理論と超高頻度データのモデリング. 2015年度統計関連学会連合大会, 岡山大学(津島キャンパス) 2015.9.7 企画セッション
18. Asymptotic statistics and ultrahigh frequency data. Advanced Modelling in Mathematical Finance: A conference in honour of Ernst Eberlein, University of Kiel, Germany, 2015.5.22 招待講演
19. On construction of quasi likelihood analysis for ultra high frequency data. Statistics for Stochastic

- Processes and Analysis of High Frequency Data IV, Universite Paris 6, France, 2015.3.23
20. Ultra high frequency data and statistical inference : back to the continuous time paradigm. Asymptotical Statistics of Stochastic Processes X, Universite du Maine, France, 2015.3.17 招待講演
 21. 高頻度データと統計的漸近理論. 第9回日本統計学会春季集会、明治大学、2015.3.8
 22. Estimation of point process regression models. 大規模統計モデリングと計算統計, 東京大学(駒場キャンパス), 2015.2.7
 23. 高頻度データ解析における高次極限定理. 2014年度統計関連学会連合大会, 東京大学(本郷キャンパス), 2014.9.16
 24. Statistics of volatility: non-ergodic statistics and stochastic analysis. 11th International Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics, Vilnius University, Lithuania, 2014.7.2 招待講演

〔その他〕

ホームページ

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~nakahiro/hp-naka-e>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉田 朋広 (YOSHIDA, Nakahiro)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号 : 90210707

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

増田 弘毅 (MASUDA, Hiroki)

九州大学・数理学研究院・教授

研究者番号 : 10380669

内田 雅之 (UCHIDA, Masayuki)

大阪大学・基礎工学研究科・教授

研究者番号 : 70280526

清水 泰隆 (SHIMIZU, Yasutaka)

早稲田大学基幹理工学部・応用数理学科・教授

研究者番号 : 70423085

鎌谷 研吾 (KAMATANI, Kengo)

大阪大学・基礎工学研究科・講師

研究者番号 : 00569767

林 高樹 (HAYASHI, Takaki)

慶應義塾大学・経営管理研究科・教授

研究者番号 : 80420826