

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 10 月 7 日現在

機関番号：10101

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26540110

研究課題名(和文)「証明問題+推論」から「求解問題+等価変換」への大転換

研究課題名(英文) From "proof"+"inference" to "query-answering problems" + "equivalent transformation"

研究代表者

赤間 清 (Akama, Kiyoshi)

北海道大学・情報基盤センター・名誉教授

研究者番号：50126265

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：従来の論理計算の理論体系は、一階述語論理式で書かれた証明問題を推論によって解くことが基本になっている。しかし、解くことのできる証明問題は、組み込み述語を使わないものに限られている。さらに求解問題を解く理論も十分でない。本研究は、従来の証明問題中心の理論を脱皮して、求解問題中心の理論へ、そしてモデルインターセクション問題中心の理論へ拡大飛躍した。この理論は、新しいロジックであるKRロジック、新しい問題クラスであるモデルインターセクション問題、新しい計算を生み出す等価変換、という枠組みを確立し、論理学と論理計算を歴史的に新たな段階へと発展させるものである。

研究成果の概要(英文)：Historically, logic has been centered around proof problems and inference has been mainly used for computation. We have extended such proof-centered logic to create a new theory of logic and computation. The new logic is called KR-Logic, and has quantification of function variables. We invented a new large class of logical problems, called model-intersection problems, which is a superset of the class of proof problems and the one of query-answering problems. Equivalent transformation rules are the main computation components. A general schema of solving model intersection problems by equivalent transformation has been proposed, which guarantees the correctness of computation and potentially generates a varieties of procedures including traditional inference-based procedures such as resolution proof procedure. It is expected that this theory gives a new theoretical foundation of logic and computation.

研究分野：情報科学

キーワード：KRロジック 等価変換 証明問題 求解問題 意味保存スコーム化 モデルインターセクション問題 関数変数 論理構造

## 1. 研究開始当初の背景

人間は、日常生活において、証明問題や求解問題を頻繁に解きながら生きていると考えられる。証明問題の答えは yes または no であり、具体的な数値や名前などを答えとして得ることはない。それに対して求解問題は国名を質問してその首都を答えるデータベース問い合わせなどのように、具体的な答えを得ることのできる問題である。人間の世界では、証明問題よりも求解問題のほうがはるかに多く利用されていると考えられる。証明問題のみならず、求解問題を正しく解くための理論があれば、それは極めて有用であろう。実際データベースを扱う理論があり、データベースが社会で広く利用されており、データベースは現代社会にとって必須の役割を果たしている。しかし求解問題は多彩であり、データベースはその最も簡単なクラスを扱っているに過ぎない。人間が解いている求解問題は、自然言語で書かれており、現在のデータベースが扱っているクラスよりはるかに大きい。したがって、求解問題の大きなクラスを解く理論を構築することが強く望まれるのである。

論理学は、証明を扱う理論体系である。述語論理の中で、証明問題は、2つの論理式、 $E_1$ と $E_2$ が与えられて、 $E_2$ が $E_1$ の論理的帰結であることを示す問題として定式化されている。それに対して、求解問題は、論理式 $E$ と質問アトム $q$ が与えられて、 $E$ の論理的帰結である $q$ の基礎例をすべて求める問題と定式化されている。

レゾリューション法は、一階述語論理式で書かれた証明問題を解く汎用の手続きとして最も有名なものの1つである。一階述語論理式は節集合に変換され、節集合の空間でレゾリューションという推論を繰り返し、最終的

に矛盾を導くのがこの証明方法の概略である。これに対して、一階述語論理で書かれた求解問題を解く汎用の手続きは未だ発明されていない。その部分クラスとして、確定節集合で記述された求解問題は、プログラミング言語 Prolog で有名なクラスであり、レゾリューション法を手直しして得られたSLDレゾリューションという方法によって解くことができることが知られている。

非確定節を含む節集合で書かれた求解問題を解く汎用の方法を発見することは、社会にまた学問に大きなインパクトを与えることが予想される。しかしそれは難易度が非常に高い目標である。たとえば、求解問題の高速解法を確立することは、セマンティック Web のコミュニティにおいて重要な研究目標となってきた。セマンティック Web が目標とする知識表現は、節集合に翻訳した場合非確定節を含むものの、かなり狭いクラスであるが、そこですら十分な成果が得られているようには見えない。ましてや一階述語論理の範囲で書かれるすべての求解問題に適用できる理論は、研究開始当時、まったく手の届かない存在であった。

一方、著者らのグループは、等価変換原理に基づいて研究を進めていた。従来の論理計算の理論は基本的に「スコールム化+レゾリューションによる定理証明」が大きな基礎になっている。しかし「スコールム化」が保存するのは充足可能性 (satisfiability) だけであり、論理式の意味を保存しない。YES, NO を与える論理式の証明でなく、解を求める問題(求解問題)の場合、これが致命的な誤りを引き起こすはずである。これを回避するために、関数変数を含む、新しい論理式の空間を導入し、その空間の(拡張された)論理式へ論理の意味を保存して変換する新しいスコールム化の理論の構築を行った。従来の方

法では、最も基礎的なステップにスコーレム化を用いている。従来のスコーレム化は論理式の意味を保存しないので、節集合に変換した時点で、すでにもとの問題と内容が同じであることを保証できない。誤った節集合にあとでどんな処理を施しても、正当性は回復できるはずがない。この従来研究の根本的な限界を克服し、求解問題を等価変換で解く道筋を切り開きつつあった。

## 2. 研究の目的

広い範囲の求解問題を正しく解く方法を発見する。そのために、現在の論理計算の理論を根底から見直し、新しい論理計算の体系を構築する。本研究では、証明問題中心の理論を脱皮して、求解問題中心の理論へ、そしてモデルインターセクション問題中心の理論へ拡大飛躍することに挑戦する。

## 3. 研究の方法

求解問題の完全解法を等価変換原理の方針に従って作り出すのが、本研究の基本的な方法である。そのために伝統的な論理の定義を根本から見直し、論理学と論理計算の構造を改定し、それに代わる適切な理論体系の構築に挑戦する。具体的な求解問題を取り上げ、本当に必要な表現と計算は何かを徹底的に考え、正しい方法を発見し、ソルバーの構築、実験を行い、それを理論化していく。これが本研究の方法である。

## 4. 研究成果

### (1) 既存の方法の限界の解明

従来の論理計算の理論体系は、一階述語論理式で書かれた証明問題を推論によって解くことが基本になっている。しかし、解くことのできる証明問題は、組み込み述語を使わないものに限られている。さらに求解問題を解く理論も十分でない。従来の論理と計算の

枠組みは、求解問題を解くには、構造的に不十分なのである。既存の方法が、適用範囲をわずかに拡大しようとする誤りを引き起こすことを具体例ではっきりと示し、既存の理論の基礎構造を大幅に変更しなければならないとの確信を深めることができた。

### (2) 新しいロジック KRロジックの導入

関数を値とする変数を関数変数と呼ぶことにする。本研究では、関数変数などの概念を導入し、関数変数に対する量子子を定義した。これにより対象とする論理式のクラスは大幅に拡大した。特に、関数変数の存在束縛が使えるようになったことが重要である。通常の節の表現では、変数の存在束縛を使えないので、節には存在を表す表現力がない。このことが従来の節という概念の限界である。これは、一階述語論理で書かれた問題を、論理的意味を保って、正しく節形式に変換できない原因となる。しかし、充足可能性だけを保存すれば、背理法による証明は正しく行われる。これに依拠して、論理的な意味を保存しない変換が許容されてきた。

充足可能性保存だけで良しとするか否かは、理論構築上大きな問題であり、難問である。しかし本研究はこれに決着をつけた。意味保存しないことには重大な限界があることを明らかにしたのである。組み込み制約アトムがあるときには、一般には、充足可能性は保存されない。また、求解問題を解くときには、充足可能性保存だけでは誤った答えを容易に出すことになるので、求解問題と証明問題を同時に扱いたいならば、充足可能性の保存だけでは全く不十分であることがわかる。従来の証明中心の考え方が、この重大な欠陥を見過ごす原因となったと推測される。

### (3) 新しい問題クラス「モデルインターセクション問題」の導入

本研究の初年度には、証明問題のクラスに代えて、求解問題のクラスを論理の新たな統合問題クラスとするという予定であった。その試みは成功した。しかし研究が進展し、さらに大きなクラスであるモデルインターセクション問題のクラスを発見した。モデルインターセクション問題のクラスは、(次の(4)の意味で)証明問題のクラスや求解問題のクラスを包含する非常に大きな論理的問題のクラスであり、これを解く理論は、非常に一般性が高いものとなる。KRロジックにおいては、モデルは基礎アトム集合であり、論理式はモデルの集合を決定する。モデルインターセクションとは、論理式の決めるすべてのモデルの共通集合を指す。この集合が重要なのは、モデルの共通集合に含まれる基礎アトムが、常に正しいアトムだからである。こうして、モデルインターセクション問題を解けば、論理式から論理的に帰結する基礎アトムをすべて得ることができる。

#### (4) 証明問題や求解問題の埋め込み

証明問題を、その答えを保存してモデルインターセクション問題に変換する方法を発見した。また求解問題をその答えを保存してモデルインターセクション問題に変換する方法を発見した。これにより、モデルインターセクション問題の解法を与えれば、論理的問題の統合的な扱いが可能になることが示された。

#### (5) 推論から等価変換へ

モデルインターセクション問題を正しく解く一般スキーマが与えられた。一般スキーマとは、個別のアルゴリズムではなく、いろいろな正当な手続きを構築することのできる原理である。すなわち、この一般スキーマを

具体化することによって、正しい手続きを多数手に入れることができる。それは等価変換の組み合わせで手続きを作り出すものである。従来から証明を中心として論理学が作られ、推論が最も重要な計算概念と考えられてきたが、本研究の理論により、等価変換が最も重要な計算概念であり、推論はそのインスタンスであることが明らかになった。

この方法を用いれば、これまでに提案された証明方法、たとえばレゾリュションの証明方法を作り出すことができる。過去に提案されたものだけでなく、新しい解法をつくるために、使うことができる。本研究の枠組みは、より優れた証明方法や求解問題の解法を生み出す仕組みを提供しているのである。

#### (6) いろいろな等価変換ルールの提案

KRロジックの拡張節空間において動作する等価変換ルールをたくさん導入することが、新たな手続きやアルゴリズムを構築するための豊かな枠組みにつながる。等価変換理論では、多数の等価変換ルールを組み合わせで用いて、柔軟で巧妙で効率的な計算を目指す。そのため、等価変換ルールを提案することは非常に重要である。実際、多くの等価変換ルールの提案が行われた。最も重要な等価変換ルールとして、KRロジックの拡張節空間におけるアンフォールド変換を提案し、その正当性を示した。これは、従来の確定節空間におけるアンフォールド変換の拡張とみなすことができるが、それよりも複雑であり、非確定節が入った節集合に対応することができる。そのほか、関数変数を処理する等価変換ルールもいくつか提案された。これらにより、従来手法では解けなかった多くの未解決の問題を解くことができるようになった。

## (7) 新しい論理学と論理計算の概念

本研究は、既存の論理計算の理論を一新することに成功した。論理式やモデルという最も基本的な定義も改定し、問題クラスも拡大し、計算の概念も拡大された。節の概念も拡張され、論理式から節集合への変換は、充足可能性のみならず、論理式の意味をも保存する等価変換となった。既存の「証明問題 + 推論」は新しい「モデルインターセクション問題 + 等価変換」の一部としてとらえることができる。これにより、論理計算の理論は、従来の証明問題中心の理論を脱皮して、求解問題中心の理論へ、そしてモデルインターセクション問題中心の理論へ拡大飛躍した。

この理論は、ギリシャ時代からの証明中心の論理学と論理計算を、モデルインターセクション問題中心の論理学と論理計算に大躍進させ、歴史的に新たな段階へと引き上げるものである。それは一般性と明快性によって、論理計算の理論と応用のさらなる発展に貢献する。また、アルゴリズム発見やプログラム自動構築など、論理と計算における未解決の難問に挑戦するためにはなくてはならない基礎を与えるものである。

## 5 . 主な発表論文等

{ 雑誌論文 } (計 1 件)

Katsunori Miura and Kiyoshi Akama, "ET-based Bidirectional Search for proving Formulas in the Class ES", 査読有, International Journal of Innovative Computing, Information and Control, Vol.10, No.6, December 2014, pp.1999-2009.

{ 学会発表 } (計 8 件)

Kiyoshi Akama and Ekawit Nantajeewarawat, "Model-Intersection Problems with Existentially Quantified Function Variables: Formalization and a Solution Schema", 査読有, Proceedings of the 8th International Joint

Conference on Knowledge Discovery, Knowledge Engineering and Knowledge Management (IC3K 2016) Volume 2: KEOD, pp.52-63, Porto, Portugal November 9-11, (2016)

Kiyoshi Akama and Ekawit Nantajeewarawat, "Unfolding Existentially Quantified Sets of Extended Clauses", 査読有, Proceedings of the 8th International Joint Conference on Knowledge Discovery, Knowledge Engineering and Knowledge Management (IC3K 2016) Volume 2: KEOD, pp.96-103, Porto, Portugal November 9 - 11, (2016)

Kiyoshi Akama and Ekawit Nantajeewarawat, "A General Schema for Solving Model-Intersection Problems on a Specialization System by Equivalent Transformation", 査読有, Proceedings of the 7th International Joint Conference on Knowledge Discovery, Knowledge Engineering and Knowledge Management Volume 2: KEOD, pp.38-49, Lisbon - Portugal November 12 - 14, (2015)

Kiyoshi Akama and Ekawit Nantajeewarawat, "Function-variable Elimination and Its Limitations", 査読有, Proceedings of the 7th International Joint Conference on Knowledge Discovery, Knowledge Engineering and Knowledge Management Volume 2: KEOD, pp.212-222, Lisbon - Portugal November 12 - 14, (2015)

Kiyoshi Akama and Ekawit Nantajeewarawat, "Solving Query-Answering Problems with If-and-only-if Formulas", 査読有, the 7th International Joint Conference on Knowledge Discovery, Knowledge Engineering and Knowledge Management, Oct.21-24, 2014, Rome, Italy, pp.1-12, (October 2014)

Kiyoshi Akama, Ekawit Nantajeewarawat, and Tadayuki Yoshida, "Constructing Knowledge Representation Systems with First-Order Formulas as Atoms", 査読有, 2014 5th International Conference on Future Information Technology, Oct.10-12, 2014, Bangkok, Thailand, pp.1-7, (October 2014)

Kiyoshi Akama, Ekawit Nantajeewarawat, and Tadayuki Yoshida, "Multiple-World Extension of Clausal Logical Structures", 査読有,

The Eighth International Conference on  
Advanced Engineering Computing and  
Applications in Sciences, ADVCOMP  
2014, Rome, Italy, August 24 - 28, 2014,  
pp.55-61, (August 2014)

Kiyoshi Akama, Ekawit  
Nantajeewarawat, Equivalent  
Transformation in an Extended Space for  
Solving Query-Answering Problems, 査読  
有, 6th Asian Conference on Intelligent  
Information and Database Systems,  
ACIIDS 2014, Bangkok, Thailand, April  
7-9, 2014, Proceedings, Part I, pp.232-241,  
(April 2014) Lecture Notes in Artificial  
Intelligence (LNAI 8397, ISSN:  
0302-9743),

## 6 . 研究組織

### (1) 研究代表者

赤間 清 (Kiyoshi Akama)

北海道大学・情報基盤センター・名誉教授  
研究者番号：50126265

### (2) 研究協力者

Ekawit Nantajeewarawat,

SIIT, Thammasat University, Professor