2版

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２８ 年 　６ 月 ２９ 日現在

機関番号：６２６０１
研究種目：挑戦的萌芽研究
研究期間：2014～2015
課題番号：２６５６０１１０

研究課題名（和文）記述形式の数学試験における解答方略に着目した新たな評価手法開発の試み

研究課題名（英文）Attempt of a New Assessmet Method Development Focused on Answer Strategy in Math Extended Constructed Response Questions

研究代表者
安野　史子（Yasuno, Fumiko）

国立教育政策研究所・教育課程研究センター 基礎研究部・総括研究官

研究者番号：００３７００８１

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　2,700,000円

研究成果の概要（和文）：数学の記述形式の試験において，どのような解答方略でも，正解までの論理的な筋道が示されていれば，同じ評価(得点)が与えられる。しかし，採点過程で，誤答や正解に至らなくても，数学的思考力・判断力・問題解決能力等を評価するに値する解答があることは既知の事実である。そこで，本研究課題では，解答方略に着目して「得点」とは異なる新たな評価尺度を探ることを目的とし，記述形式の答案を解答方略別に分類し再分析を行った。その結果，解答方略と正答率の間には有意な違いはほとんど認められなかったが，解答方略別と「得点」に関しては，特定の問題の正誤よりも解答方略の方が数学の能力を評価している可能性がある問題が観察できた。

研究成果の概要（英文）：If it showed logical reason to the correct answer, whatever the solving strategy in math extended constructed response questions, the same evaluation (test score) is given. However, in the scoring process, even in the case of does not lead to the correct answer or wrong answer, it is a known fact that there is a solution that deserves assessing the mathematical thinking, decision making, problem-solving skills. Therefore, in this study, by focusing to the solving strategy aims to explore a new assessment scale that is different from the "score", we have re-analyzed the answers of math extended constructed response questions for each solving strategy. As a result, significant difference was hardly observed between the solving strategies and correct rate. In addition, we tried to confirm the relationship between solving strategies and "test score". We were able to observe problems that may answer strategies than or correct or incorrect answer is evaluated mathematical skills.

研究分野：数学教育

キーワード：数学試験　評価　記述形式　解答方略

１．研究開始当初の背景

わが国の数学試験は，大学入学者選抜試験をはじめとして，半世紀以上の間，欧米で多用されている多肢選択肢式の試験ではなく記述式の試験が多用され，一定の評価を得ている。共通第１次学力試験の導入(1979)にあたって，国立大学協会入試改善調査委員会による４年間の調査研究を経て，機械式採点による試験を前提に，まぐれあたりによる正解を含む多肢選択肢式を避けるために，非常に有効な方法として，現在の大学入試センター試験においても採用されている穴埋め式(Grid Ins)が開発された。この方式は，村上ほか(村上隆他，"数学の大学入試センター試験と個別試験の関係に関する実証的研究(2)"，大学入試研究ジャーナル，No.18，(2008)，pp.163-170.)の研究によって，一定の有効性があることが示されているが，解答を得るまでに複数の段階を経る必要があったり，解答方略が一通りでない問題には不向きであったりすることが指摘されている。また，安野ほか(安野史子他，"解答形式とパフォーマンスに関する実証的研究"，大学入試研究ジャーナル, No.23, (2013), pp.143-150.)の研究において，選択肢式と穴埋め式と記述式の比較を行った結果，受験者層のレベルによってその有効性は異なることが指摘されている。いずれにしても，数学の特定の科目の中で閉じての出題ではなく，高等学校の数学全ての科目あるいは数学 I, II, A, B といった広範囲による出題の場合には，記述式のほうがより広汎な能力を測ることができることはいうまでもない。

近年の大学入試改革において，教科の知識偏重の入試から「意欲・能力・適性等の多面的・総合的な評価へ」という方向性が示され，その中に，「思考力・判断力・知識の活用力等を問う新たな試験共通テストの開発」の必要性が指摘されたり，１点刻みでない入試にすべきであるという提言がなされたりしている。知識偏重とは言い難い「数学」の教科型の試験も，他教科と同様に変革を迫られている。

２．研究の目的

数学の記述形式の試験において，受験者は試験時間内に正確に解答するために，解答方略を決定し解答を行う。そして，それら解答が基本的にはどのような解答方略であっても，正解までの論理的な筋道が示されていれば，同じ評価(得点)が与えられる。しかし，採点の過程で，誤答であっても，正解に至らなくても，数学的思考力・判断力・問題解決能力等を評価するに値する解答があることは既知の事実である。言い換えれば，記述形式の数学試験の答案は，従来型の採点方式による得点(以下，「得点」とする)という評価指標現れない情報が多く含まれているといえる。そこで，本研究課題では，「得点」に現れない情報の中で，解答方略に着目して「得点」とは異なる新たな評価尺度を探ることを目的とする。

３．研究の方法

基盤研究(A)(課題番号:21240069)において，2011 年度および 2012 年度に調査を行った数学の記述解答を利用し，様々な角度から項目分析や解答パターン分析を行うとともに，解答過程に現れた解答方略の特徴を指標化する。そして，従来型の採点基準で付した正誤データや得点データとの関連についての分析を行い，解答方略に着目して「得点」とは異なる新たな評価尺度を探る。

具体的には，以下の①~④に示す調査データを用いた。

① 調査対象：調査年度の４月以降に大学に入学した，調査実施時点で大学１年次の学生(短大からの編入学者は除く）で，調査年度の３年度前以降に日本の高等学校(中等教育学校後期課程を含む)を卒業した者(現役～2 浪)のうち，募集に応じて調査モニターを希望した者とする。

② 調査内容：高等学校の学習範囲の数学(数学 I・数学 II・数学 A・数学 B)の筆記試験。表１に示すように，1 受験者に 2 種類の数学の試験を課している。1 種類は，受験者全員に対して各年度の大学入試センター追・再試験　数学①〔数学Ｉ・数学 A〕を，もう１種類は表２に示す両年度同一内容の問題で，３形式を織り交ぜて難易度が均等になるよう作成した 3 冊子(A, B, C 冊子)のうちの１冊子による試験である。2012 年度調査は，2011 年度調査問題と同一であるが，一部改良している。

③ 調査日時：2011 年 6 月～10 月(全国のべ 12 会場)及び 2012 年 6 月～11 月(全国 12 会場)の土曜日あるいは日曜日。

④ 調査結果：表３は 2011 年度，表４は 2012 年度の調査結果である。また，図１は冊子

表 1 問題冊子

問題	時間	満点	2011 年	2012 年
センター試験数学①	60 分	100 点	平成 23 年度追・再試験	平成 24 年度追・再試験
形式比較問題(A, B, C 冊子)	60 分	150 点	いずれか 1 冊子	いずれか 1 冊子

表 2 形式比較問題冊子の内容と構造

問題番号(配点)	内容	解答形式		
		A 冊子	B 冊子	C 冊子
1 (30)	〔1〕整式の除法 〔2〕展開式(虚数単位) 〔3〕確率	選択	穴埋め	記述
2 (30)	〔1〕図形と式(領域) 〔2〕論理	穴埋め	記述	選択
3 (30)	〔1〕対数方程式 〔2〕放物線とグラフ	記述	選択	穴埋め
4 (20)	曲線とグラフ	記述	選択	穴埋め
5 (20)	ベクトルの成分表示	穴埋め	記述	選択
6 (20)	二次関数とグラフ	選択	穴埋め	記述

表 3 2011 年度の調査結果

2011 数学	センター試験（100 点）				形式比較（150 点）		
	A 冊子	B 冊子	C 冊子	全体	A 冊子	B 冊子	C 冊子
平均点	56.6	52.6	55.4	54.9	80.8	86.8	89.1
標準偏差	27.3	28.5	27.1	27.7	45.5	49.6	48.6
最高点	100	100	100	100	150	150	150
最低点	3	0	2	0	0	0	0
人数	213	208	205	626	213	208	205
相関係数	0.89	0.92	0.89	センターと形式比較との得点相関			

表 4 2012 年度の調査結果

2012 数学	センター試験（100 点）				形式比較（150 点）		
	A 冊子	B 冊子	C 冊子	全体	A 冊子	B 冊子	C 冊子
平均点	62.5	62.5	60.3	61.8	92.0	95.9	94.0
標準偏差	25.0	22.6	23.8	23.8	39.7	37.5	39.1
最高点	100	100	100	100	150	150	150
最低点	2	2	2	2	0	0	0
人数	240	233	225	698	240	233	225
相関係数	0.79	0.77	0.77	センターと形式比較との得点相関			

ごとの得点分布である。3 冊子の難易度は等化できているが，両年度の形式比較問題の得点分布から，2011 年度は 2 峰性の得点分布を示しており，2012 年度の受験者集団よりも偏りがある集団である。

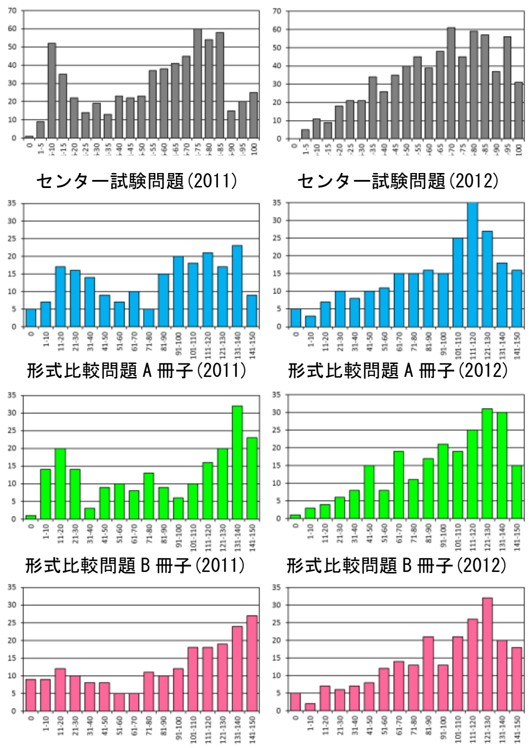
以上のデータであることを踏まえ，表 2 で記述形式であった問題の答案を精査し，解法別に正答と誤答に類型化し，分析を行った。

4．研究成果

表 2 に示す大問 6 題のうち，記述形式の答案で解答方略が多岐にわたる問題は，第 1 問，第 2 問〔1〕，第 3 問〔2〕であった。これらの問題について，解答方略別に分類し，人数・割合を算出した結果が表 5 である。この表から，第 1 問〔1〕〔2〕〔3〕は，複数の解答方略が存在するものの，これらの問題は他の問題とは異なり，解答ステップが少ない 1 問 1 答問題であり，いずれも一つの解答方略(解法 1)に集中する傾向がみられる。そこで，それ以外の問題について，仔細に見ていくことにする。

（ア）　図形と式(領域)

図 2 は第 2 問〔1〕の問題である。この問題は，(1)(2)とも，解法 1(関数のグラフと点の位置関係による解法：図 4)，解法 2(座標



センター試験問題(2011)　センター試験問題(2012)

形式比較問題 A 冊子(2011)　形式比較問題 A 冊子(2012)

形式比較問題 B 冊子(2011)　形式比較問題 B 冊子(2012)

形式比較問題 C 冊子(2011)　形式比較問題 C 冊子(2012)

図 1 冊子ごとの得点分布

表 5 解答方略別人数・割合

		解法 1	解法 2	解法 3	解法 4	その他	無解答	全体
第 1 問〔1〕	2011	171	2	10		20	2	205
		83%	1%	5%		10%	1%	100%
	2012	208	6	4		7	0	225
		92%	3%	2%		3%	0%	100%
第 1 問〔2〕	2011	131	13	28		23	10	205
		64%	6%	14%		11%	5%	100%
	2012	159	11	41		7	7	225
		71%	5%	18%		3%	3%	100%
第 1 問〔3〕	2011	142	5			50	8	205
		69%	2%			24%	4%	100%
	2012	183	7			17	9	216
		85%	3%			8%	4%	100%
第 2 問〔1〕(1)	2011	66	88	22	18	7	7	208
		32%	42%	11%	9%	3%	3%	100%
	2012	117	81	8	19	5	3	233
		50%	35%	3%	8%	2%	1%	100%
第 2 問〔1〕(2)	2011	114	24	27	19	8	16	208
		55%	12%	13%	9%	4%	8%	100%
	2012	165	16	20	21	3	8	233
		71%	7%	9%	9%	1%	3%	100%
第 3 問〔2〕(2)	2011	47	37	25	21	61	22	213
		22%	17%	12%	10%	29%	10%	100%
	2012	71	56	56	13	30	14	240
		30%	23%	23%	5%	13%	6%	100%

表 6 解答方略別正答率

		解法 1	解法 2	解法 3	解法 4
第 2 問〔1〕(1)	2011	60/66	72/88		
		91%	82%		
	2012	108/117	75/81		
		92%	93%		
第 2 問〔1〕(2)	2011	109/114	21/24		
		96%	88%		
	2012	150/165	11/16		
		91%	69%		
第 3 問〔2〕(2)	2011	34/47	21/37	15/25	10/21
		72%	57%	60%	48%
	2012	44/71	23/56	31/56	6/13
		62%	41%	55%	46%

系における点の位置関係による解法：図 3)の 2 通りの解答方略が存在したが，表 5 からもわかるように，1 受験者が(1)と(2)で必ずしも同じ解答方略で解答したとは限らない。(1)(2)とも解法 1 で解答した受験者は 61 人(2011)，108 人(2012)，解法 2 で解答した受験者は 23 人(2011)，9 人(2012)であったが，(1)で解法 2，(2)で解法 1 とした受験者は 52 人(2011)，54 人(2012)であった。逆に，(1)で解法 1，(2)で解法 2 とした受験者は 9 人(2012)のみであった。

① 解答方略と正答率の関係

解答方略と正答率の関係についてみる。表 6 から，2012 年度調査の母集団で，(2)の正答率において解法 2 が解法 1 よりも 22%低くなっているが，それ以外は正答率が 80%を超していて，それほど大きな差異がないことがわかる。念のために，Fisher の正確検定((1) 2011:$p=0.16$ 2012:$p=1$ (2) 2011:$p=0.14$ 2012:$p=0.02$)及び Pearson の χ^2 検定((1) 2011:$p=0.11$ 2012:$p=0.94$ (2) 2011:$p=0.12$ 2012:$p=0.01$)を行ったところ，2012 年度の(2)において，解答方略と正誤の間に有意な違いが認められ(95%信頼区間)，それ以外は認められなかった。

② 解答方略と得点と関係

さらに，解答方略と得点と関係について分析をする。図 10～図 15 は，センター試験数学①の得点の平均値を横軸に，形式比較の問題冊子の得点の平均値を縦軸にとり，解法別の正答者群及び誤答者群等の人数をバブルの大きさで表した相関図(バブルチャート)である。ただし，同じ解法は同色で示し，正答のみ吹き出しで記してある。

図 10，図 11，図 13，図 14 から，正答，誤答に関わらず解法 1 で解答した受験者群の方が，解法 2 で解答した受験者群よりも得点が高い傾向にあることがわかる。2011 年度の方が 2012 年度よりも差が大きいのは，図 1 の分布の違いに起因するものと推察される。つまり，数学の得点の高い受験者ほど解法 1 による解法で解答する傾向が強いといえる。また，2012 年度の(1)及び 2011 年度の(2)については，解法 1 の誤答者群が解法 2 の正答者群よりも，どちらの試験においても得点の平均値が上回っていることが観察される。解法 1 の誤答者群の実数が少ないが，特定の問題の正誤よりも解答方略の方が数学の能力を評価している可能性がうかがえ，興味深い結果である。さらに，解のみの解答である受験者群は，無解答の受験者よりも得点が低い傾向にあることは特筆すべきことかと思われる。これらのことは，採点者が感覚的に感じていたことが，実際のデータで実証できていると考えられる。

(イ) 放物線とグラフ

図 5 は第 3 問〔2〕の問題である。この問題は，(2)について，解法 1(2 次方程式の解とグラフの関係による解法：図 6)，解法 2(放物線と直線のグラフの交点の関係による解法：図 7)，解法 3(2 次方程式の解の関係での解答：図 8)，解法 4(2 次方程式の解と係数の関係による解法：図 9)の 4 通りの解答方略が存在したが，表 5 からもわかるように，特定の解法に集中することもなかった。

〔1〕右の図は，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=\frac{3}{2}x+1$ とで分けた平面上の五つの部分 A から E までを示したものである。次の問いの答えよ。

(1) 点 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ は，A から E のどの部分にあるのかを示せ。

(2) 点 (5, 10) は，A から E のどの部分にあるのかを示せ。

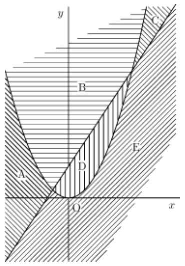


図 2 問題例：第 2 問〔1〕図形と式（領域）

(1) $y=x^2$ のグラフと点$P(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$との位置関係について，

$\frac{1}{2} > (-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ より，点 P は $y>x^2$ の範囲にある。

また，$y=\frac{3}{2}x+1$ と点 P との位置関係について，

$\frac{1}{2} > \frac{3}{2}\cdot(-\frac{1}{2})+1 = \frac{1}{4}$ より 点 P は $y>\frac{3}{2}x+1$ の範囲にある。

したがって，点 $P(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ は B の部分にある。

(2) (1)と同様にして

$10 < 5^2 = 25$ かつ $10 > \frac{3}{2}\cdot5+1 = \frac{17}{2}$ より

点 (5, 10) は，$y<x^2$ かつ $y>\frac{3}{2}x+1$ をみたす範囲にあるので

C の部分である。

図 4 解答例：第 2 問〔1〕(解法 1)

(1) 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=\frac{3}{2}x+1$ の交点の座標は，

$x^2-\frac{3}{2}x-1=0$

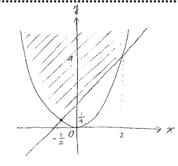
$(2x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2},\ 2$ より

$(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{4})$，$(2,\ 4)$ である。

よって，グラフより 点 $(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2})$ は

B の部分にある。



(2) $y=x^2$ 上に点 (5, 10) があるとすると，

$y=10$ のとき $x=\pm\sqrt{10}$ となり 不適

$y=\frac{3}{2}x+1$ 上に点 (5, 10) があるとすると，

$y=10$ のとき $10=\frac{3}{2}x+1$

$x=6$ より

よって，グラフより 点 (5, 10) は

C の部分にある。

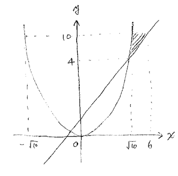


図 3 解答例：第 2 問〔1〕(解法 2)

① 解答方略と正答率の関係

解答方略と正答率の関係についてみる。表 6 から，特定の解答方略での正答率が高くても 72%，低くても 41%で，Pearson の χ^2 検定を行った結果(2011: $\chi^2=4.419<7.815$, 自由度=3, $p=0.22$ 2012: $\chi^2= 5.863<7.815$, 自由度=3, $p=0.12$)からも，解答方略と正誤の間に有意な違いは認められなかった。

② 解答方略と得点と関係

(ア)と同様に，図 12 及び図 15 により解答方略と得点と関係について分析をする。両年度共通して，二つの試験の得点の平均値が正答群については，解法 4 が高く，解法 2 が低い傾向が見られるが，誤答群は解法 1～解法 4 による傾向は観察できなかった。1 冊子の母集団の大きさが 200～240 程度で，

〔2〕放物線 $y = x^2 - x - 6$ がある。

(1) この放物線と直線 $y = x + 9$ との二つの交点の x 座標を求めよ。

(2) この放物線と直線 $y = x + b$ とが x 座標がともに正となる二点で交わるとき，b の値の範囲を求めよ。

図 5 問題例：第 3 問〔2〕放物線とグラフ

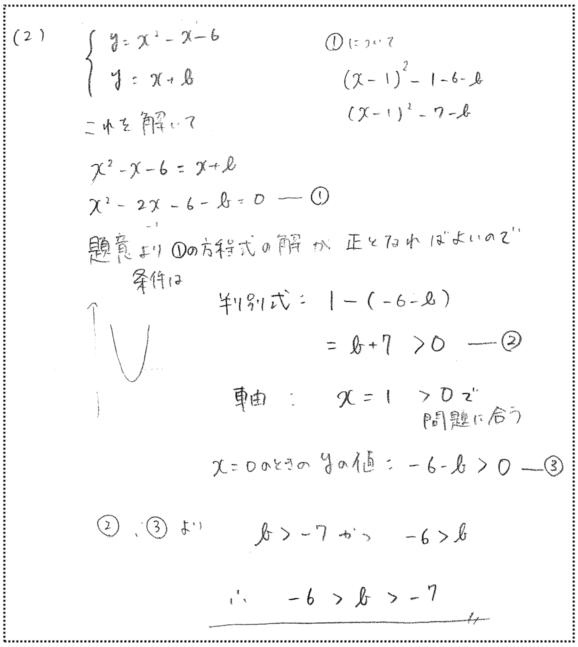


図 6 解答例：第 3 問〔2〕(2) (解法 1)

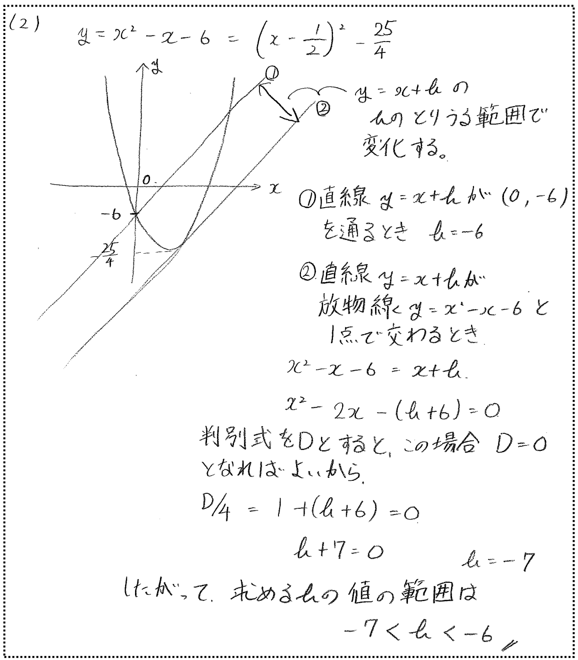


図 7 解答例：第 3 問〔2〕(2) (解法 2)

さらに表 5 からその他(誤答)及び無解答も併せて 39%(2011)あるいは 18%(2012)と少なくない上に，解答方略が多岐にわたり，それぞれの群のサイズが小さくなってしまったことに起因していると考えられる。採点者側の立場からすると，解法 3 は力技的な解法であるといわざるを得ないが，問題

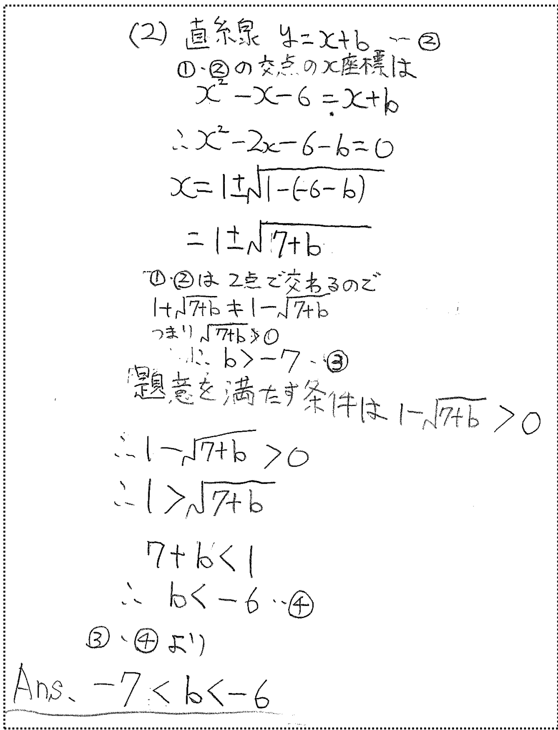


図 8 解答例：第 3 問〔2〕(2) (解法 3)

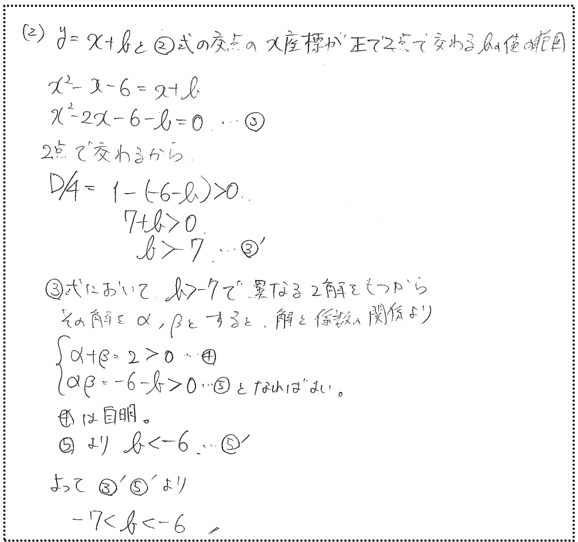


図 9 解答例：第 3 問〔2〕(2) (解法 4)

の数値が単純であったことから計算が煩雑になることがなく，得点の関係に傾向が見えにくくなってしまったと思われる。

５．主な発表論文等

６．研究組織

(1)研究代表者

安野　史子（YASUNO，Fumiko）
国立教育政策研究所・教育課程研究センター 基礎研究部・総括研究官
研究者番号：00370081

(2)連携研究者

浪川　幸彦（NAMIKAWA，Yukihiko）
椙山女学園大学・教育学部・教授
研究者番号：20022676

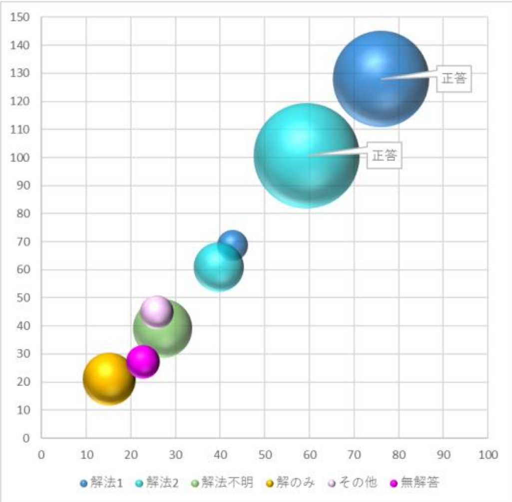


図 10 解答方略と得点との関係 第 2 問[1] (1)(2011)

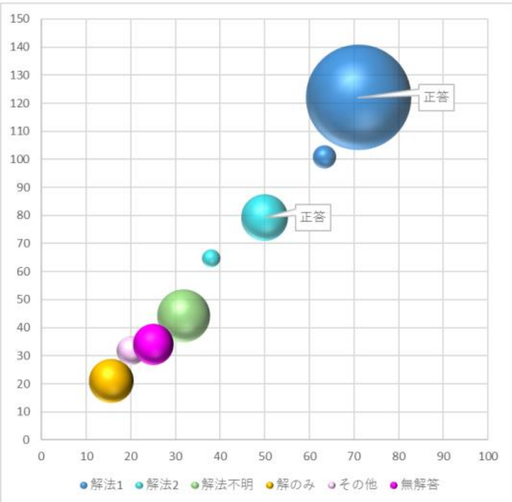


図 11 解答方略と得点との関係 第 2 問[1] (2)(2011)

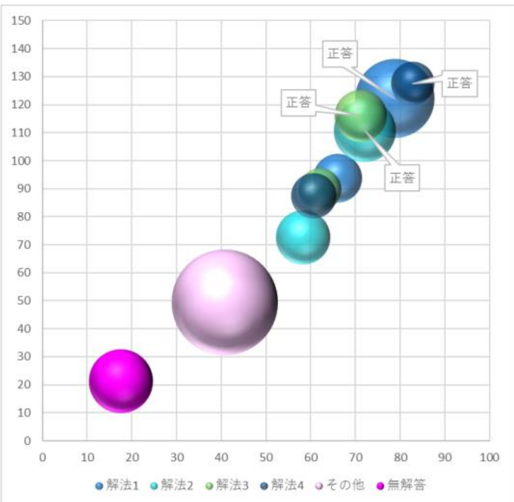


図 12 解答方略と得点との関係 第 3 問[2] (2)(2011)

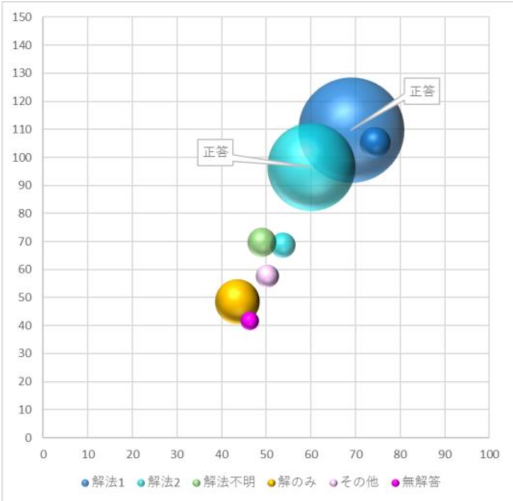


図 13 解答方略と得点との関係 第 2 問[1] (1)(2012)

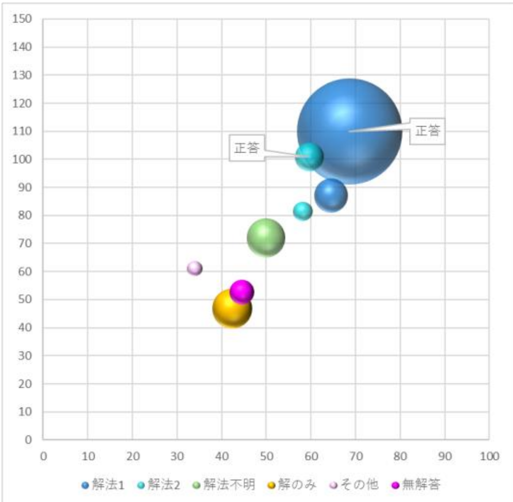


図 14 解答方略と得点との関係 第 2 問[1] (2)(2012)

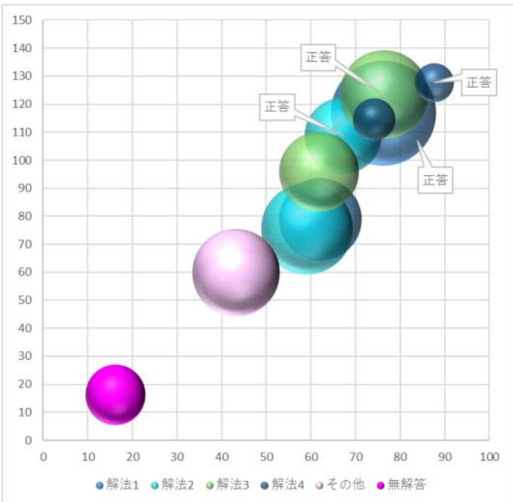


図 15 解答方略と得点との関係 第 3 問[2] (2)(2012)