

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 16 日現在

機関番号：14403

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26590234

研究課題名(和文)算数科における論証指導に必要な教師の数学的知識に関する研究

研究課題名(英文)A study on mathematical knowledge of elementary teachers for teaching argumentation

研究代表者

柳本 朋子 (Yanagimoto, Tomoko)

大阪教育大学・教育学部・教授

研究者番号：70159771

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、算数科における論証指導における数学的知識を研究対象とし、「教えるための数学的知識」の具体化を図ることである。文献研究に基づく枠組みの検討では、先行研究で示された「教えるための数学的知識」の領域区分を「内容知」だけでなく、「プロセス知」という視点から検討した。小学校教師を志望する136名の大学生を対象とした調査研究では、現実的場面を含む問題に含まれる前提条件を見出し、児童の解答の中から解釈したりフィードバックしたりすることの困難性を明らかにした。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to investigate prospective elementary school teachers' mathematical process knowledge related to argumentation. To achieve this, we focus on prospective teachers' mathematical argumentation as a key aspect of teachers' mathematical knowledge for teaching. By referring to the framework of mathematical knowledge for teaching, we pay special attention to "process knowledge" instead of "content knowledge." The study involves 136 prospective teachers at a national university in Japan. The task requires the evaluation of several incorrect solutions to a problem, and most prospective teachers were found to have difficulties evaluating or assessing the children's incorrect solutions.

研究分野：数学教育

キーワード：論証指導 小学校教師 数学的知識 教師教育 数学教育

1. 研究開始当初の背景

Shulman (1986)が示した「教授学的内容知(PCK: pedagogical content knowledge)」を契機として、米国を中心に、教師の知識に関する研究が盛んに行われるようになってきた。この概念は、当初、中等教育段階の教師教育を念頭にして提起されたが、数学教育では、元小学校教師のD. BalやM. Lampertらによって、算数指導に必要な数学的知識の研究が展開されている。特に、Ballらが示した「教えるための数学的知識」(図1)の領域区分は、近年の教師教育研究(教員養成教育と現職教員研修の両者を含む)の共通の土台となっている。

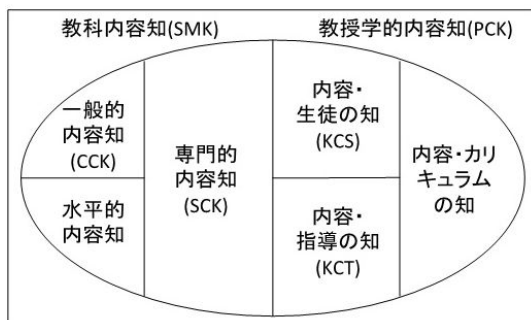


図1: 教えるための数学的知識の領域 (Ball et al., 2008, p. 403)

2012年に韓国・ソウルで開催された第12回数学教育世界会議、2016年にドイツ・ハンブルクで開催された第13回数学教育世界会議では、教師の数学的知識に関する分科会がますます充実されてきており、初等レベルと中等レベル、教員養成教育と現職教員研修とを区別するなど、より焦点化した議論が行われるようになってきている。一方、本研究の開始当初において、わが国の数学教育関係の学会において、教師の知識の問題が明示的に取り上げられる機会は極めて少なく、継続的な議論がなされてきているとはいえない状況にあった。本研究では、算数・数学教師の知識の問題をこれからの重要な研究課題として捉え、主に教員養成の立場から、論証指導に必要な数学的知識に焦点をあてて研究を開始した。

2. 研究の目的

本研究では、算数科における論証指導に必要な数学的知識という新たな研究対象を設定し、「教えるための数学的知識」の具体化を目的とするものである。本研究の特色は、主に次の2点である。一つは、Ballらが提唱した「教えるための知識」(図1)の領域区分は数学的知識一般に関するものであるため、本研究では、算数科における論証指導という文脈に焦点をあてて研究を進めることにした点である。もう一つは、特に「教授学的内容知」の考察に際して、「評価する」という教師の営みを考慮することにした点である。

3. 研究の方法

本研究の方法は、文献研究に基づく概念的枠組みの検討と、調査研究に基づく論証認識の分析である。前者については、上述した教師の知識に関する先行研究に加えて、論証に関わる数学的プロセス(アーギュメンテーションなど)や教師の気づきに関する先行研究を吟味した。後者については、小学校教師を志望する教員養成系の大学生を対象として、予備調査と本調査を実施した。

本研究では、調査問題を設定するにあたり、全国学力・学習状況調査(小学校算数・B問題)を活用することにした。その理由は、大学生が問題を解くときに必要となる知識だけでなく、児童の解答を評価するときに必要な知識について分析するためである。

4. 研究成果

本節では、本科研の成果を、プロセス知への注目、調査方法の開発、調査結果の概要という3つに要約して述べる。最後に、本研究の成果の国際的発信について述べる。

4-1. プロセス知への注目

近年の数学教育の世界的動向の中で、数学的プロセスは、カリキュラム、コンピテンシー、大規模調査など様々な文脈で注目されている。本稿では、「教えるための数学的知識」を検討する上で、内容知だけでなく数学的プロセスに関する知識をより明確化するべきであるとするFoster et al. (2014)の見解を参考にして、図1の領域区分を再検討した。

プロセス知に注目して図1を検討する際、本研究では、全国学力・学習状況調査の問題から図2のような現実的な場面を含む問題を選定し、具体的に検討することにした。

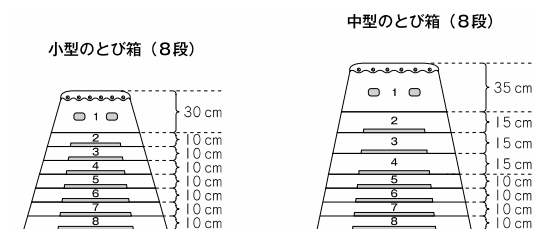


図2: H24算数B第2問

(国立教育政策研究所, 2012b, p.232)

この問題の特徴は、設問(2)において「中型の跳び箱では70cmの高さにすることができない」という不可能性について説明させている点にある。70cmの高さにできないことを説明するためには、「(a)中型の跳び箱の3段の高さ」「(b)中型の跳び箱の3段と4段の高さの違い」「(c)中型の跳び箱の4段の高さ」という3つの事柄を利用するか、あるいは「(d)中型の跳び箱でできる70cmに近い高さ」「(e)(d)と70cmとの違い」「(f)違いとなる高さの段はないこと」という3つの事柄を利用する必要がある(cf. 国立教育政策研究所, 2012b, p. 237)。そのため、この問題の解答には、複

雑な計算を必要とするわけではなく、70cmの高さにできないことを示すために着目すべき条件を的確にとらえ、それらをもとに言葉で論証することが要求される。

跳び箱の問題に深く関わるプロセス知は、「事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること」というものと考えられる(cf. 国立教育政策研究所, 2012a, p. 7)。そのようなプロセスを評価の対象とするとき、児童の解答を適切に見取り、不十分な解答から不足部分を解釈することは、指導と評価という文脈に固有な知識に相当すると考える。また、そこには「70cmの高さにすることができない」という不可能性の説明の妥当性を判断するため論証認識が必要である。

4-2. 調査方法の開発

本研究では、この「跳び箱の問題」を用いて、児童の(誤った)解答を評価する際に必要な論証認識を明確にし、調査を通して実証的に検討した。

調査対象となった大学生には、表1のような跳び箱の問題(設問2)の解答A~Dを与えて、それらが解答として十分であるか(○)・不十分であるか(×)を判断させ、「×」をつけた場合、不十分である理由を記述させた。本稿では、このような方法により、児童の解答を評価するために必要な「専門的内容知」や「内容・児童の知」を顕在化させることを意図した。

表1: 大学生が評価する解答

| |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| (解答A) 中型のとび箱は、35cmが1段、15cmが3段、10cmが4段しかないから70cmにはできません。 |
| (解答B) 中型のとび箱をたしていても、70cmにはなりません。 |
| (解答C) 中型のとび箱3段だと、 $35+15+15=65\text{cm}$ になります。70cmの高さにしようと思ったら、あと5cmしかないから、中型のとび箱ではできません。 |
| (解答D) 中型のとび箱を4段にすると80cmになるので、70cmにはなりません。 |

表1に示した解答A~Dは、いずれも不十分なものを取り上げている。解答Aは、段の高さの個数が書かれているだけで、跳び箱の仕組み(段の構成の仕方)を考慮していないものである。解答Bは、跳び箱の仕組みと各段の高さを考慮していないものである。解答Cは、4段目の高さ(15cm)についての記述が不足しているものである。解答Dは、3段の高さ($35+15+15=65\text{cm}$)についての記述が不足しているものである。

4-3. 調査結果の概要

本研究における調査の対象は、小学校教員免許関連科目を受講する教員志望の大学生

(主に2年次生と3年次生)136名(数学専攻38名,他専攻98名)である。調査の実施時期は、2015年5月であった。以下、調査結果の概要を述べる。

跳び箱の問題には、「事象を数学的に解釈すること」や「自分の考えを数学的に表現すること」という数学のプロセスが含まれている。調査では、児童の解答を評価するという文脈を設定することで、当該の数学のプロセスに関わる「専門的内容知」や「内容・児童の知」の有り様を顕在化させることを試みた。調査の結果、こうしたプロセスを評価することは必ずしも容易ではないことが明らかとなった。問題に示された中段の跳び箱は、現実世界の事象であるが、「70cmの高さにすることができない」ことを示すには、問題に含まれる前提条件を明確に記述する必要があるが、「事象を数学的に解釈すること」や「(必要な情報を)数学的に表現する」というプロセスに対する理解が脆弱であるため、不十分であることの根拠を明確にフィードバックできていない者が多くみられた。

このことは、問題に含まれる条件(上の段から番号順に積んでいくという前提条件や4段名の高さが15cmであるという条件)を学生が理解していないこと示すのではなく、そうした条件を児童の解答の中から解釈したりフィードバックしたりすることの困難性を示していると考えられる。このように、調査結果の分析を通して、現実的問題に含まれる前提条件を認識することの困難性が明確となった。

4-4. 研究成果の国際的発信

本研究では、研究期間内に、研究成果を国内外の学会で発表してきた。そのリストは、次節に示すとおりであるが、とくに2016年にドイツ・ハンブルクで開催された第13回数学教育世界会議(ICME13)での研究発表は特筆すべき成果発信の機会であった。ICME13には、世界中から3000名を超える参加者があった。この国際会議に、研究代表者(柳本)と研究分担者(真野)が参加し、初等教員養成部会(Pre-service mathematics education of primary teachers)において論文発表を行うことができた。さらに、ICME13で発表した論文に加筆修正を加え、その成果は書籍(英文)の一つの章として刊行される予定であり、現在出版に向けた準備を進めている。

<引用文献>

- Ball, D. L., Thames, M. H., Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special?, *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Foster, C., Wake, G., & Swan, M. (2014). Mathematical knowledge for teaching problem solving: lessons from lesson study, In Oesterle, S. et al. (Eds.). *Proceedings of the*

Joint Meeting of PME38 and PME-NA36, Vol. 3, 97-104, Vancouver, Canada: PME.
国立教育政策研究所(2012a) . 平成 24 年度全国学力・学習状況調査解説資料小学校算数 .
国立教育政策研究所(2012b) . 平成 24 年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書 .
Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching, *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

5 . 主な発表論文等

〔学会発表〕(計 6 件)

Yusuke Shinno, Tomoko Yanagimoto and Katsuhiro Uno, “An investigation of prospective primary teachers’ mathematical argumentation: from the perspective of mathematical knowledge for teaching and evaluating”, 13th International Conference on Mathematics Education, 2016 年 7 月 29 日, Hamburg (Germany).

Ken-ichi Iwase, Masato Inoue, Taeko Kunimitsu, Ryo Nakanishi and Tomoko Yanagimoto, “Mathematical knots as a teaching material to improve students’ spatial abilities”, 13th International Conference on Mathematics Education, 2016 年 7 月 26 日, Hamburg (Germany).

柳本朋子・真野祐輔・宇野勝博, 「小学校教師を志望する大学生の論証認識を捉える枠組みの検討：数学的プロセスを評価するための教師の気づきに焦点をあてて」, 日本数学教育学会第 49 回秋期研究大会, 2016 年 10 月 30 日, 弘前大学(青森県・弘前市).

柳本朋子・真野祐輔・宇野勝博, 「小学校教師を志望する大学生の論証認識に関する研究(2)：跳び箱の問題を事例として」, 日本数学教育学会第 47 回秋期研究大会, 2014 年 11 月 8 日-9 日, 熊本大学(熊本県・熊本市). 柳本朋子・真野祐輔・宇野勝博, 「小学校教師を志望する大学生の論証認識に関する研究(3)～現実的問題に含まれる前提条件に関する認識に焦点をあてて～」, 日本科学教育学会第 39 回年会, 2015 年 8 月 22 日, 山形大学(山形県・山形市)

柳本朋子, 真野祐輔, 宇野勝博, 「小学校教師を志望する大学生の論証認識に関する研究(4)：数学的プロセスを評価するための教師の知識に焦点をあてて」, 日本数学教育学会第 48 回秋期研究大会, 2015 年 11 月 8 日, 信州大学(長野県・長野市).

6 . 研究組織

(1)研究代表者

柳本 朋子 (YANAGIMOTO, Tomoko)
大阪教育大学・教育学部・教授
研究者番号：7 0 1 5 9 7 7 1

(2)研究分担者

真野 祐輔 (SHINNO, Yusuke)
大阪教育大学・教育学部・准教授
研究者番号：1 0 5 8 5 4 3 3

(3)連携研究者

宇野 勝博 (UNO, Katsuhiro)
大阪大学・全学教育推進機構・教授
研究者番号：7 0 1 7 6 7 1 7