

平成 29 年 6 月 12 日現在

機関番号：17102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26610026

研究課題名(和文)映像の特徴抽出空間の構成

研究課題名(英文)Characteristic spaces of images

研究代表者

落合 啓之(Ochiai, Hiroyuki)

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授

研究者番号：90214163

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は動く映像の集まりを数学的に定式化する枠組みを構築することを目標とし、さまざまなクラスの映像の全体に付加的な構造を入れること、それらに共通の性質とそれぞれの個性を見いだすことを目的とした。非写実的な映像(いわゆるアニメ)をピクセル(画素)単位のデータと捉えるのではなく、変形と運動を座標変換とみなし、変換を解析や制御の対象とする。リー理論などの数学的知見を発展させ、工学的な技術と組み合わせることで、構造論的な解析や説明が進んだ。成果は論文だけでなく、書籍、動画(ビデオ)、講演などで広く公開している。

研究成果の概要(英文)：We study movie from the mathematical point of view. We introduce a structure on the set of a class of movies and find a common property and a characteristic. We regard a motion and a deformation as a transformation with the help of Lie theory in math, and of a technique in computer graphics. We made a book and a video, as well as a paper, for public.

研究分野：数学

キーワード：映像数学 リー群 アニメーション 運動群 変形 極分解 リー理論 離散微分幾何学

### 1. 研究開始当初の背景

動く映像、すなわちアニメーションや実写のフィルムは、撮影や製作の様々な技法が知られている。これらのうちには、自動化されているものから人間の手を多く要するもの、高い技術を必要とするものまで、多岐にわたる。

### 2. 研究の目的

本研究は動く映像の集まりを数学的に定式化する枠組みを構築することを目標とし、さまざまなクラスの映像の全体に付加的な構造を入れること、それらに共通の性質とそれぞれの個性を見いだすことを目的とした。人が単純作業を積み重ねている作業の中には、数学的構造を見つけてそれを活用することで置き換えられるものがあるのではないか、という萌芽的着想が研究の背景である。数学的な把握によって、映像の質が向上したり、より短い時間や低い費用で同等の映像が製作できたり、制作者の意図をより反映しやすくなったり、類似の映像を活用することができるようになったりすることが期待できる。

### 3. 研究の方法

#### (1) リー理論的手法

リー群やリー環は対称性を表す古典的で強力な手法であり、数学的蓄積も大きい。一方で、数学以外の分野への波及はその専門性の高さからあまり広まっているとは言えない。しかし、回転群や運動群、アフィン変換群などは、映像制作で頻繁に使われており、技術の背景には実はリー理論的に深い内容を込めているアルゴリズムも含まれていることが、本研究などを通じて解明されてきている。

#### (2) 特殊関数の活用

球面調和関数などの超幾何関数は数学や工学の諸分野に現れ、計算の速度向上にも一躍買っている。レンダリング方程式などに現れるサンプリングによる足しあわせを特殊関数の積分公式の問題と捉えることによって、新しい公式を見つけていく。

#### (3) 偏微分方程式論の応用

煙などの流体は Navier-Stokes 方程式で表されるため数理的には、この偏微分方程式の解についていろいろなことがわかれば良い。一方で、願ったところとタイミングで願った量と形状の煙を発生させるのは一種の逆問題であり、非線形の方程式でこれを現実的に解くことは難しい。また、入力をどのように行うかという問題もある。映像制作では、これらを解決する様々な手法が提案され、実用化されている。この研究では、偏微分方程式を解くのとまた別の手法でこの映像制作の手法を解析し、改良していく。

#### (4) 幾何学的な手法

折り紙のような剛性を持つ変形に四元数を使う研究、映像制作から生じたタイリング(平面充填)の研究、領域と境界の把握の研究も合わせて行い、相乗効果を狙った。

### 4. 研究成果

#### (1) リー理論的手法

鍛冶静雄(山口大学)と共同(論文)でアフィン変換群のパラメータづけの問題を考察し、幾つかの条件設定のもとでの適切なパラメータとは何かを論じた。これは時間に応じて徐々に面などの形状が変形していく様子を記述することを動機とした研究である。非写実的な映像(いわゆるアニメ)をピクセル(画素)単位のデータと捉えるのではなく、変形と運動を座標変換とみなし、変換を解析や制御の対象とすることは、安生健一(OLM デジタル)との論文や講演などでも活用したアイデアであり、これらではより応用的な側面を加味している。コンピュータグラフィックスの大きな研究会で course を行い、多くのフィードバックを得ている。単行本は図書に、また、movie を公開している: Mathematical Basics for Computer Graphics, 2016.8.30 公開, movie, 20m07s, <https://youtu.be/I2Y-pJYmu9A>

#### (2) 特殊関数の活用

新しい動径基底関数と球関数との積の積分公式などを発見した。母関数と漸化式を併用した方法で、結果のみならず、手法的にも興味深いものと思われる。ただし、旧来の素朴な公式に対して、実装した時にまだ速くなっていない。旧来の公式では、公式を最適に高速化する工夫が実装の際になされているので、それにあたる部分をすれば、実際に速くなる可能性があると考えている。将来的な研究課題である。(講演 21 など。)

#### (3) 偏微分方程式論の応用

佐藤周平らとポテンシャルの無発散な補間のアイデアを流体へ活用する研究(論文など)を行った。また、最近、Khongorzul Dorjgotov, Uuganbayar Zunderiya と分数階の微分方程式の対称性を見ることで変数分離の枠組の拡張を考えている。(プレプリント arXiv:1704.03579.)

#### (4) 幾何学的な手法

タイリングは論文で一つのアルゴリズムを与えた。また特殊な境界条件のもとでは、タイリング不能であることを数学的に証明した。これは数学的な定式化の妙味の一つである。四元数の活用に関しては論文や講演で議論している。折り紙工学は日本の進んだ分野であり、そこでの公理系の話と繋がってきているところである。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

Piotr Graczyk, Hideyuki Ishi, Salha Mamane, and Hiroyuki Ochiai, On the

Letac-Massam Conjecture on cones  $\mathbb{Q}\{A_n\}$ , Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci. Volume 93, Number 3 (2017), 16--21. 査読あり.

Shizuo Kaji and Hiroyuki Ochiai, A concise parametrisation of affine transformation, SIAM J. Imaging Sci., 9(3), 1355--1373 (2016), DOI:10.1137/16M1056936. 査読あり.

Shizuo Kaji, Alexandre Derouet-Jourdan and Hiroyuki Ochiai, Dappled tiling, Proceedings of MEIS2016, MI Lecture Note Volume 69, p18-27, 2016. Conference Proceeding, 査読あり, arXiv:1607.06138.

Mitsuhiro Kondo, Takuya Matsuo, Yoshihiro Mizoguchi, Hiroyuki Ochiai, "A Mathematica module for Conformal Geometric Algebra and Origami Folding", The proceedings of SCSS 2016: The 7th International Symposium on Symbolic Computation in Software Science, EPIc Series in Computing, Vol.39, pp.60-80, 2016. 査読あり.

Hiroyuki Ochiai, Ken Anjyo, "Mathematical basics of motion and deformation in computer graphics", ACM SIGGRAPH 2014 Courses, Article 19, 2014.8, (ISBN: 978-1-4503-2962-0, DOI:10.1145/2614028.2615386) 査読あり.

Keisuke Kondo, Kyo Nishiyama, Hiroyuki Ochiai and Kenji Taniguchi, Closed orbits on partial flag varieties and double flag variety of finite type. Kyushu J. Math. Volume 68 (2014), no. 1, 113-119. 査読あり.

Nobushige Kurokawa and Hiroyuki Ochiai, Zeta functions of representations. Comment. Math. Univ. St. Pauli, Volume 63 (2014), no. 1-2, 215--222. 査読あり.

佐藤 周平, 土橋 宜典, 岩崎 慶, 落合啓之, 山本 強, "ラプラシアン固有関数を用いた流体の流れ場のインタラクティブなデザイン手法", 電子情報通信学会 論文誌 D Vol. J97-D No.9 pp.1528-1536, 2014/09/01, (ISSN: 1881-0225), 査読あり.

[学会発表](計 29 件)

Ken Anjyo, Hiroyuki Ochiai, "From Pokemon and 3D Animation to Mathematics", Victoria University of Wellington, New Zealand, 2017.2.27.

落合啓之「微分方程式の対称性と軌道分解」研究会『特殊関数と双対性』九大数理, 2017.2.17.

Shizuo Kaji, Alexandre Derouet-Jourdan, Hiroyuki Ochiai, Dappled tiling, Symposium MEIS 2016: Mathematical Progress in Expressive Image Synthesis, Nishijin Plaza, Fukuoka, 2016.11.11--13.

落合啓之「リー理論と動画生成」九州大学数理談話会, 2016.11.10.

落合啓之「数論との出会い」九州大学整数論セミナー, 2016.11.8.

Hiroyuki Ochiai, Gamma factors of Selberg's zeta functions and absolute zeta functions, Zeta Functions in Okinawa 2016, Okinawa Convention Center, 宜野湾市, 2016.10.29--31.

Hiroyuki Ochiai, Covariant differential operators and Heckman-Opdam hypergeometric systems, International Conference for Korean Mathematical Society 70th Anniversary, Seoul National University, 2016.10.22. 招待講演.

落合啓之「リー理論と動画生成」愛媛大学理学部数学科談話会, 2016.9.6.

落合啓之「ガウスの超幾何関数」愛媛大学理学部数学科集中講義, 2016.9.5--9.

Hiroyuki Ochiai, Ken Anjyo and Ayumi Kimura, "An Elementary Introduction to Matrix Exponential for CG", SIGGRAPH2016, Course, 2016.7.24--28. Anaheim Convention Center, 米国.

Yoshihiro Mizoguchi and Hiroyuki Ochiai, Symbolic computations in conformal geometric algebra for three dimensional origami folds, Symmetry Festival 2016, Vienna University of Technology, Austria, 2016.7.18--22,

Ken Anjyo and Hiroyuki Ochiai, "An Introduction to Matrix Exponential for CG", Victoria University of Wellington, NZ, 2016.02.26.

落合啓之, 概説講演 "CG 映像制作におけるリー理論", 表現論シンポジウム, 2015.11.19, 静岡県伊豆の国市

脇 隼人, 落合啓之, Florin Nae, 境界モデルに関する現状報告, 平成 27 年度 IMI 短期共同研究「数学・数理科学の視点からの

エンジン適合の研究」(第2回) 2015.11.27.  
九大マス・フォア・インダストリ研究所.

落合啓之, 有限行列環の三角関数の零点  
集合について, Zeta Functions in OKINAWA  
2015, 沖縄コンベンションセンター,  
2015.10.10--12.

Alexandre Derouet-Jourdan, Hiroyuki  
Ochiai, "Pilleboue et al. 2015. 《Variance  
Analysis for Monte Carlo Integration》",  
IMI 短期共同研究「CG技術の実装と数理」, 九  
州大学, 2015.10.3--4

Ken Anjyo and Hiroyuki Ochiai, "Toward  
mathematics for Computer Graphics",  
Symposium MEIS 2015: Mathematical  
Progress in Expressive Image Synthesis,  
Nishijin Plaza, Fukuoka, 2015.9.25-27,  
poster.

落合啓之, "CG映像制作の数理", 日本数  
学会秋季総合分科会・応用数学分科会特別講  
演, 京都産業大学, 2015.9.14, 京都市

落合啓之, 共変微分作用素の超幾何多項  
式表示, 研究会「不変性と双対性」, 鹿児島  
大学理学部, 2015.9.6-8.

Hiroyuki Ochiai, "Computer graphics and  
mathematics", Computational and Geometric  
Approaches for Nonlinear Phenomena, 早稲  
田大学理工学術院, 2015.8.5.

21. Alexandre Derouet-Jourdan, Hiroyuki  
Ochiai, "Pilleboue et al. 2015. 《Variance  
Analysis for Monte Carlo Integration》",  
IMI 短期共同研究「CG技術の実装と数理」, 九  
州大学, 2015.7.25--26.

22. Hiroyuki Ochiai, Covariant  
differential operators and Heckman-Opdam  
hypergeometric systems, Workshop,  
Analytic Representation Theory of Lie  
Groups, IPMU, 東京大学柏キャンパス,  
2015.7.1-4.

23. 落合啓之, 依存しない変数に関するコ  
メント, IMI 短期共同研究「数学・数理科学  
の視点からのエンジン適合の研究」(第1  
回), 2015.6.17-18.

24. 落合啓之「映像数学のリー理論」東北大  
学理学部数学科談話会, 2015.4.13.

25. 落合啓之, "行列のできるアニメーショ  
ン", ワークショップ ``Intersection of  
Pure Mathematics and Applied Mathematics  
VIII: Special", 2015.2.20,九州大学大学院  
数理学府, 福岡市. 招待講演.

26. 落合啓之, ``境界とは何か、そして境界  
をどのように表すか'', IMI 短期共同研究 境  
界モデル手法の研究, 九大 IMI,  
2014.12.11.

27. 落合啓之, "伝える技術伝わる心", 九  
州大学テクノロジーフォーラム 2014,東京国  
際フォーラム. 招待講演, 2014.12.3.

28. 落合啓之, CGにおける運動や変形の記述  
とその数理, パシフィコ横浜, CEDEC2014,  
2014.9.3. 招待講演.

29. Syuhei Sato, Yoshinori Dobashi, Kei  
Iwasaki, Hiroyuki Ochiai, Tsuyoshi  
Yamamoto, Tomoyuki Nishita, "Generating  
Various Flow Fields using Principal  
Component Analysis", SIGGRAPH '14 ACM  
SIGGRAPH 2014 Posters, Article No. 9,  
2014/08 (doi: 10.1145/2614217.2630575).  
ポスター発表.

26. 落合啓之, CGにおける運動や変形の記述  
とその数理, パシフィコ横浜, CEDEC2014,  
2014.9.3. 招待講演.

〔図書〕(計 2件)

Ken Anjyo and Hiroyuki Ochiai,  
``Mathematical Basics of Motion and  
Deformation in Computer Graphics, Second  
Edition'', ISBN: 9781627056977, April 2017,  
Morgan and Claypool. 単行本. 95 pages.

落合啓之他, 「リーマンの球面」, 現代思  
想 2016年3月臨時増刊号, 総特集 リーマン  
リーマン予想のすべて, 青土社,  
pp.176--185, 2016.3. 和文, 招待, 査読な  
し.

〔その他〕

ホームページ等

URL: <http://imi.kyushu-u.ac.jp/~ochiai>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

落合 啓之 (OCHIAI, Hiroyuki)

九州大学・マス・フォア・インダストリ研  
究所・教授

研究者番号: 90214163