

令和元年6月4日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2018

課題番号：26730004

研究課題名(和文)関数型プログラミング言語の代数構造の解明：論理関係の数学的理論の構築に向けて

研究課題名(英文)On algebraic structure of functional programming languages: towards mathematical foundation of logical relations

研究代表者

星野 直彦 (Hoshino, Naohiko)

京都大学・数理解析研究所・助教

研究者番号：20611883

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：論理関係は関数型プログラミング言語の数学的性質(例えば、プログラムの観測的同一性の判定、強正規化定理の証明、パラメトリシティ原理の証明など)を示すための有効な手法である。本研究の成果は論理関係の手法を用いて一階のプログラミング言語の数学的モデルから高階の関数型プログラミング言語の数学的モデルを構成する手法を構成し、この構成法を種々の副作用を持つプログラミング言語や連続的確率分布を扱うことのできる関数型プログラミング言語へ応用したことである。この高階の関数型プログラミング言語の数学的モデル構成法はその高階の関数型プログラミング言語を一階のプログラミング言語へ変換する手法と見ることでもできる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の成果からは種々の特徴(代数的副作用や連続的確率分布を扱えるなど)を持った高階の関数型プログラミング言語を同様の特徴を持つ一階のプログラミング言語に変換する手法が得られる。ここでの変換の数学的正しさは変換の導出に用いた論理関係により保証されている。この変換手法を経由することで一階のプログラミング言語の検証手法を高階の関数型プログラミング言語の検証手法に拡張することができると期待される。特に連続的確率分布を扱うプログラミング言語の検証は機械学習の研究の進展によりその重要性が増している。

研究成果の概要(英文)：Logical relation is a powerful mathematical technique to prove mathematical properties of functional programming languages such as: observational equivalence of programs, strong normalization of lambda terms and parametricity principle of second-order lambda calculi. The main contribution of this research project is a construction of categorical models for higher-order (high-level) functional programming languages starting from categorical models of first-order (low-level) programming languages. We applied this construction technique to give adequate categorical models for higher-order functional programming languages with algebraic effects and a higher-order functional programming language with continuous probabilistic distribution and "scoring" mechanism. Our construction can be regarded as a program translation technique of higher-order (high-level) programming languages into first-order (low-level) programming languages.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：論理関係

1. 研究開始当初の背景

プログラミング言語、特に関数型プログラミング言語およびラムダ計算が持つ数学的性質などを解析する手法として論理関係と呼ばれるものがある。論理関係のアイデアは関数型プログラミング言語の型をプログラム達の性質と捉えることで、その型を持つプログラム達はその型に付随した性質を持つことを示すというものである。論理関係の代表的な応用例としては抽象データ型によるデータ表現の等価性の証明、単純型付ラムダ計算と多相型ラムダ計算の強正規化定理の証明、パラメトリシティ原理の証明（これはプログラム最適化手法である shortcut fusion の正当化を与える）などが挙げられる。さらに副作用や再帰型を持つ関数型プログラミング言語の研究に於いても論理関係は重要な研究手法である。種々の型付ラムダ計算に対する論理関係については圏論的理解が進んでおり、そこから論理関係を用いた研究に多くの示唆を得ることができる。一方で論理関係の応用上重要な関数型プログラミング言語およびラムダ計算の全ての計算モデルについてそのような圏論的理解が進んでいるとは言えない状況である。

2. 研究の目的

論理関係の手法の圏論的理解がよく出来ている例として単純型付ラムダ計算を考える。単純型付ラムダ計算のラムダ式のベータ・イータ同値類を考えると、これはカルテシアン閉圏となっている。単純型付ラムダ計算に対する論理関係はこのカルテシアン閉圏から新たな圏を構成する手法と理解でき、さらにこの圏がカルテシアン閉圏であることが論理関係の機能する理由と理解できる。一方で例えば単純型付ラムダ計算の操作的意味論についての論理関係を考えた場合には同様の理解はできない。これは単純型付ラムダ計算のラムダ式のベータ・イータ同値類を考えるとこれはカルテシアン閉圏となっているが、単純型付ラムダ計算の操作的意味論を考えた場合には同様の方法では少なくとも自然にはカルテシアン閉圏が得られないからである。この研究の目的は単純型付ラムダ計算の操作的意味論や種々のラムダ計算の実行を表現するための抽象機械などの圏論的構造が明らかでない計算の数学的モデル達に対してなぜ論理関係の手法が機能するのか、より一般的な見地から論理関係の圏論的理解を得ることでより体系的な論理関係の手法の運用を可能にできるのではないかといった疑問に応えるための数学的枠組みを模索することである。

3. 研究の方法

主に相互作用の幾何 (Geometry of Interaction) のアイデアを元に種々のラムダ計算の拡張に対する数学的モデルの構成を論理関係を用いて行った。まず相互作用の幾何は当初は線型論理のモデルとして Girard により導入されたものであるが、その後カリー・ハワード同型を通じてラムダ計算の研究への応用も行われている。Mackie は相互作用の幾何を用いて型付ラムダ計算の一種である PCF (Programming Computable Functions) の数学的モデルを与えた。Mackie のこの成果についての論文から分かるように (他に Danos と Regnier の研究からも分かることであるが)、この数学的モデルはある種の低レベルプログラミング言語または抽象機械と捉えることができ、Mackie の成果は PCF をコンパイルする方法を与えていると見ることができる。そしてそのコンパイルの正しさは論理関係を用いて証明できる。本研究では低レベルプログラミング言語 (もしくは抽象機械) のどのような数学的構造が論理関係の手法を機能させているのか、論理関係の手法についてどのような圏論的理解ができるのかについての洞察を得るための方法として、相互作用の幾何を用いて種々のラムダ計算の拡張の数学的モデルを構成し、その正しさを論理関係によって示すことを行った。

4. 研究成果

国際会議論文 では代数的副作用を含むプログラミング言語の意味論を相互作用の幾何を用いて構成することを行った。代数的副作用とはプログラミング言語において副作用を発生させる機構のなかで Plotkin と Power により与えられた幾つかの公理を満たすものである。例えば例外を発生させる機構や、大域的状態変数、(確率的)非決定性、入出力などが代数的副作用である。このような代数的副作用を含むプログラミング言語の意味論を相互作用の幾何によって与えるうえでの基本的なアイデアはプログラムの実行プロセスを Mealy 機械と呼ばれる内部状態を持つ入出力を行う抽象機械で模倣するということである。そして例外を発生させる機構や、大域的状態変数、(確率的)非決定性、入出力などの代数的副作用を捉える為にそれぞれに対応した副作用を使用する Mealy 機械を用いた。技術的にはこの成果は Abramsky、Haghverdi と Scott による相互作用の幾何をトレース付き対称モノイダル圏から Int 構成を用いて得られるコンパクト閉圏により与えられる線型ラムダ計算の意味論として捉えることができるといふ一般的な成果に基づいている。この一般的な枠組みの具体例として集合を対象とし Mealy 機械を社とするトレース付き対称モノイダル圏があり、この成果ではこの圏を用いている。より具体的には、集合と関数のなす圏上のモナドから得られるクライスリ圏がその直和について完備半順序集合の圏により豊饒化されているときには常にそのクライスリ圏は有限直和によりトレー

ス付き対称モノイダル圏であることが示せる。そして、集合とこのクライスリ圏が持つ有限直和とプレモノイダル積を用いて定義される Mealy 機械からなる圏には元のクライスリ圏のトレース付き対称モノイダル圏の構造が誘導するトレース付き対称モノイダル圏の構造が入る。この圏から Abramsky、Haghverdi と Scott による相互作用の幾何に対する圏論的な枠組みを適用することで弱い意味での線形圏（これは線型ラムダ計算の意味論を与える）が得られる。本研究の貢献はこの構成を開始するに当たり選んだ集合と関数の圏上のモナドに付随する代数的副作用がある意味でこの集合と Mealy 機械からなる圏に Int 構成を適用して得られるコンパクト閉圏に持ち上ることを示した点である。そしてこのことを示す上で論理関係の手法を用いた。ここで用いた論理関係は、この構成を開始するに当たり選んだ集合と関数の圏上のモナドに付随する代数的副作用の族に対し、集合と Mealy 機械からなる圏に Int 構成を適用して得られるコンパクト閉圏に論理関係の手法を適用して得られる圏上のモナドとそのモナドに付随する代数的副作用を与えている。この事実に対する圏論的な理解が得られないかはこれからの研究テーマのひとつである。またこの研究のもうひとつの貢献として不動点演算子の扱いに関する考察がある。一般に線形圏の構造を持つコンパクト閉圏に論理関係の手法を施して得られる圏には下のコンパクト閉圏が持つトレース付き対称モノイダル圏の構造は反映されない。しかしながらここでの構成では線形圏の構造を持つコンパクト閉圏が持つトレース付き対称モノイダル圏の構造がこの圏に論理関係の手法を施して得られる線形圏の余クライスリ圏上の不動点演算子を導いている。この結果がどのような圏論的構造によって実現されているのかもこれからの研究である。

国際会議論文 では相互作用の幾何の圏論的枠組みに対する基礎的な研究を行った。Abramsky、Haghverdi と Scott による相互作用の圏論的枠組みにおいてはトレース付き対称モノイダル圏と Int 構成が基本的な役割を担っているが、Girard による当初の相互作用の幾何にはこのトレース付き対称モノイダル圏の枠組みは適用できない。これは当初の相互作用の幾何において用いられているのが部分的に定義されたトレース演算子であるためである。このギャップを埋める為に Haghverdi と Scott は部分トレース付き対称モノイダル圏を導入しそこでは Girard による当初の相互作用の幾何が捉えられることを示した。国際会議論文 での貢献はある条件を満たすモノイダル圏の上では部分トレースが実質的にはひとつしかないことを示したことである。ある条件とは与えられたモノイダル圏がアーベル圏であることであり、「実質的にひとつしかない」ということはある部分トレースが任意のアーベル圏に存在してそのほかの部分トレースはその部分トレースから容易な方法で導けるということである。

国際会議論文 では国際会議論文 でのアイデアを拡張し、相互作用の幾何および論理関係を用いて連続的な確率分布と「やわらかい」条件分岐が扱える関数型プログラミング言語の意味論を与えた。連続的な確率分布は例えば実数上の確率分布や実平面上の確率分布を扱うことを可能にする。また「やわらかい」条件分岐とはプログラムの実行中における現在の確立分岐に好きな実数の重みを加えることを可能にする機構である。この「やわらかい」確立分岐は Bayes 推定を行う為に用いることができる。近年、機械学習や人工知能の研究の盛り上がりにつれて確率的プログラミングの研究に注目が集まっている。この国際会議論文 では確率的プログラミング言語に対する意味論を構成することで、確率的プログラムの性質を推論する為の数学的枠組みを提供するというのがその応用的動機である。研究成果としては確率的プログラムの等価性を議論するためのプログラムのグラフ表示（プログラムを視覚的に表現することはプログラムの挙動の直感的に有効である）の提案と、確率プログラムの二つの操作的意味論（一つはプログラムの実行結果を実数上の確率分布として与える操作的意味論であり、もう一つはプログラムの実行中の確率分岐をあらかじめ固定した上でプログラムの実行結果を与える操作的意味論である。）の等価性を示したことである。連続的な確率分布を扱うプログラミング言語の意味論の研究としては例えば Staton の s -有限核を用いるものがある。しかし高階関数を扱う関数型プログラミング言語の意味論を与える為には閉構造が必要になる一方で s -有限核の圏や可測空間と可測関数の圏には閉構造がないというのが高階関数を扱う関数型プログラミング言語の意味論を与える上での困難であった。この困難の回避方法のひとつが近年研究されている（ ）偽ボレル空間である。この研究ではよりプログラムの実行中の情報が豊富な意味論の構成を目指し、相互作用の幾何、特に Mealy 機械を用いた意味論構成を行った。ここでの校正はある一般的な圏論的構成に関する事実に基づいており、その圏論的構成では論理関係の手法が重要な役割を担っている。この圏論的構成とは任意に与えられた Freyd 圏に対し、ある条件の下でその Freyd 圏を充満部分圏として持つ閉 Freyd 圏が存在するということである。構成はまず与えられた Freyd 圏から Mealy 機械の圏を構成し、そこから Int 構成によりコンパクト閉圏を構成する。そこに論理関係の手法を施すことで閉 Freyd 圏が構成できる、というものである。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 1 件)

“Semantics of higher-order quantum computation via geometry of interaction” Ichiro Hasuo and Naohiko Hoshino, *Annals of Pure and Applied Logic*, (168 · 2), pp.404-469, 2017
<https://doi.org/10.1016/j.apal.2016.10.010>

〔学会発表〕(計 3 件)

“Memoryful geometry of interaction II: recursion and adequacy”, Koko Muroya, Naohiko Hoshino and Ichiro Hasuo, In Proceedings of the 43rd Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages, POPL 2016, pp.748-760, 2016

“Partial traces in additive categories”, Naohiko Hoshino, In Proceedings of Mathematical Foundations of Programming Semantics, volume 341 of Electronic Notes in Theoretical Computer Science, pp.219-237, 2018

“The geometry of Bayesian programming”, Ugo Dal Lago and Naohiko Hoshino, To appear in Proceedings of Logic in Computer Science 2019 (LICS 2019)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

査読付き国際会議論文

“Memoryful geometry of interaction II: recursion and adequacy”, Koko Muroya, Naohiko Hoshino and Ichiro Hasuo, In Proceedings of the 43rd Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages, POPL 2016, pp.748-760, 2016

“Partial traces in additive categories”, Naohiko Hoshino, In Proceedings of Mathematical Foundations of Programming Semantics, volume 341 of Electronic Notes in Theoretical Computer Science, pp.219-237, 2018

“The geometry of Bayesian programming”, Ugo Dal Lago and Naohiko Hoshino, To appear in Proceedings of Logic in Computer Science 2019 (LICS 2019)

6 . 研究組織

(1) 研究分担者

無し

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。