

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 19 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2016

課題番号：26730024

研究課題名(和文)EMアルゴリズムによるBernstein コピュラの推定

研究課題名(英文)EM algorithm for estimating the Bernstein copula

研究代表者

DOU XIAOLING (Dou, Xiaoling)

早稲田大学・理工学術院・助教

研究者番号：10516868

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,700,000円

研究成果の概要(和文)：周辺分布が与えられた時に、順序統計量に基づく多変量分布の構築方法としてBaker分布が提案されている。その分布関数はBernsteinコピュラとして表現でき、有限混合分布として表せるため、Expectation-Maximization(EM)アルゴリズムを用いて有限混合分布のパラメータを推定することを提案した。シミュレーションと実データで提案手法の実用性が確認され、よく使われるGaussianコピュラより、Bernsteinコピュラの柔軟性が高く、より良くデータに当てはまる同時分布を推定できる。

研究成果の概要(英文)：A method that uses order statistics to construct multivariate distributions with fixed marginals and which utilizes a representation of the Bernstein copula in terms of a finite mixture distribution is proposed. Expectation-maximization (EM) algorithms to estimate the Bernstein copula are proposed, and a local convergence property is proved. Moreover, asymptotic properties of the proposed semiparametric estimators are provided. Illustrative examples are presented using three real data sets and a 3-dimensional simulated data set. These studies show that the Bernstein copula is able to represent various distributions flexibly and that the proposed EM algorithms work well for such data.

研究分野：分布理論

キーワード：多変量分布推定 順序統計量 周辺分布 経験分布関数 コピュラ 有限混合分布 EMアルゴリズム  
カーネル密度推定

### 1. 研究開始当初の背景

変数間の相互依存関係を表す関数としてコピュラが金融工学でよく用いられる。その際に、適切なコピュラを選び、そのパラメータを推定し、変量間の依存関係を把握する。または、コピュラに従う乱数を発生させ、リスクなどのシミュレーションなどの分析を行う。よく用いられる Gaussian コピュラなどでは、相関構造が単純な時には分布を再現することができるが、実際に多くの場合は、もっと柔軟性のあるコピュラを用いた方が望ましい。

### 2. 研究の目的

周辺分布が与えられた時に、順序統計量に基づく多変量分布の構築する方法として Baker 分布が提案されている。その分布関数は Bernstein コピュラとして表現できる。Bernstein コピュラの柔軟性と Baker 分布によるデータ生成の簡単さが大きな応用が期待できる。Baker 分布は有限混合分布の形で表現されているので、Expectation-maximization (EM) アルゴリズムを用いて有限混合分布のパラメータを推定することができる。本研究では、EM アルゴリズムを用いてパラメータを推定し、様々な場合の Bernstein コピュラ関数の推定方法を提案する。

### 3. 研究の方法

変数間の相関が大きい場合、小さい場合、変数が連続の場合、離散の場合、連続と離散混在の場合、高次元の場合など様々な状況における Bernstein コピュラの推定方法を考える。また、シミュレーションデータおよび実データを用いて Bernstein コピュラの推定方法の実用性を確認する。

### 4. 研究成果

変数間の相関が大きい場合と一般的な場合の EM アルゴリズム、また、連続だけでなく離散的な変数がある時にも応用できる Bernstein コピュラを推定する EM アルゴリズムを提案した。

例えば、変数間の相関が大きい場合、少ないパラメータで同時分布を表すことができ、単純な EM アルゴリズムで推定することができる。例えば、イリノイ州の教育データでは、英語 (reading) の成績と数学の成績の相関係数は高いので、変数が独立と変数が最も相関するという二種類の Baker 分布の混合分布で真の分布を近似する。

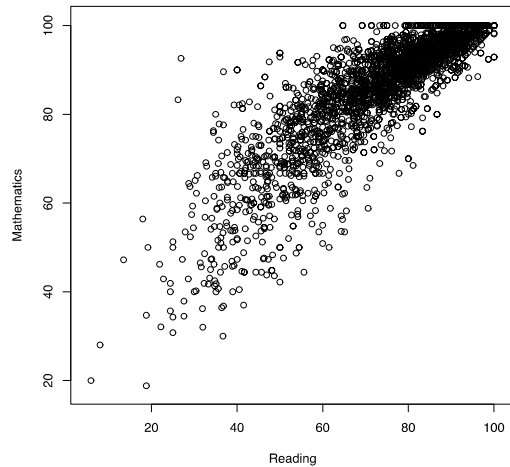


図1. イリノイ州教育ISATデー(2009)

コピュラのパラメータをEMアルゴリズムで推定して、得られた同時密度の等高線は図2のようになる。

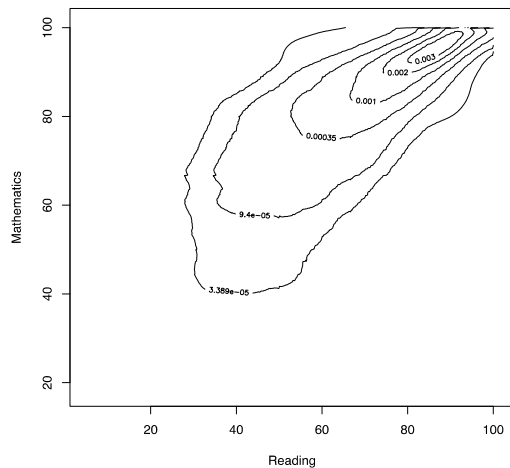


図2. 同時密度関数の等高線

また、3次元のシミュレーションデータによる Bernstein コピュラの柔軟性の評価を行った。

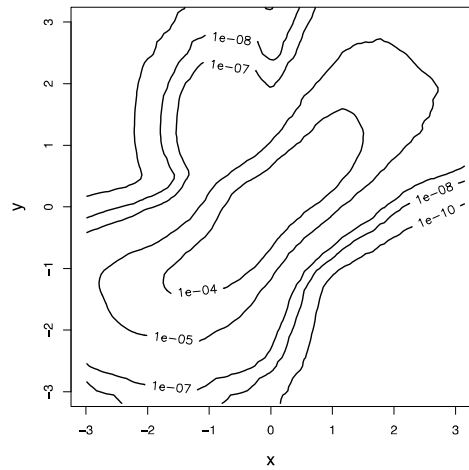
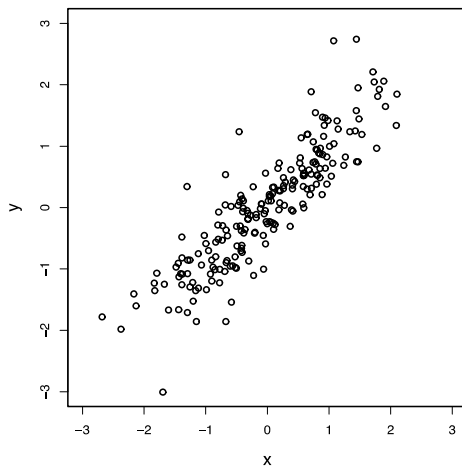
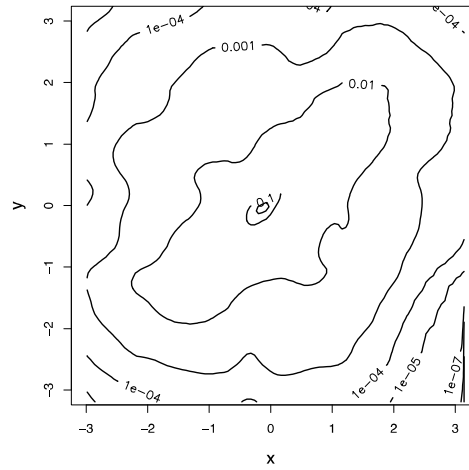
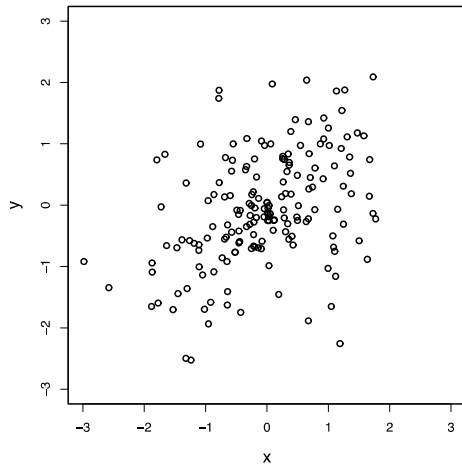
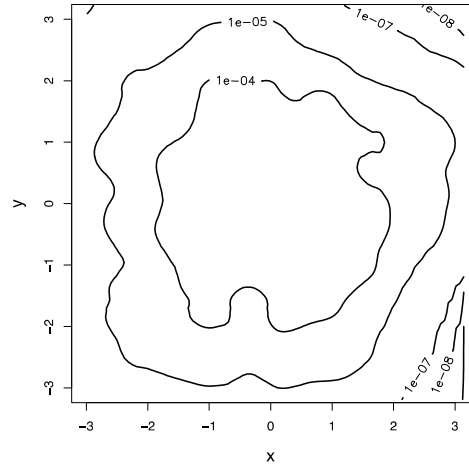
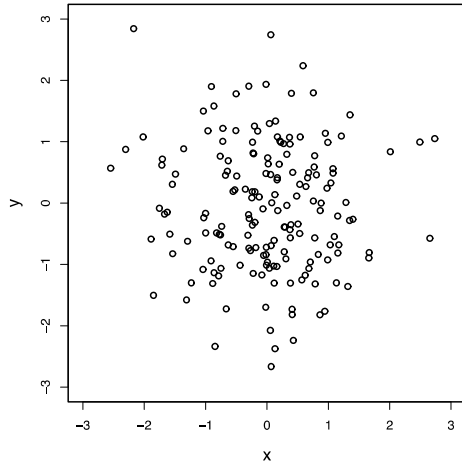


図3. 相関が段々大きくなるシミュレーションデータ

図4. Bernsteinコピュラによる同時密度推定

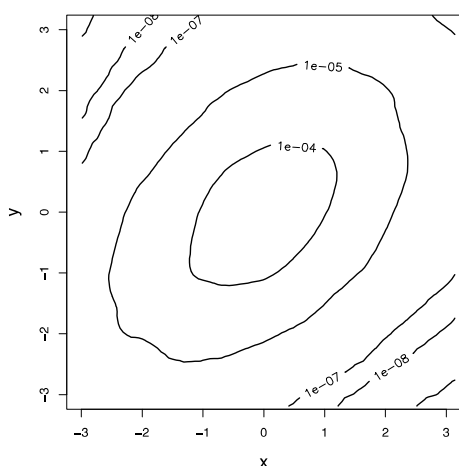
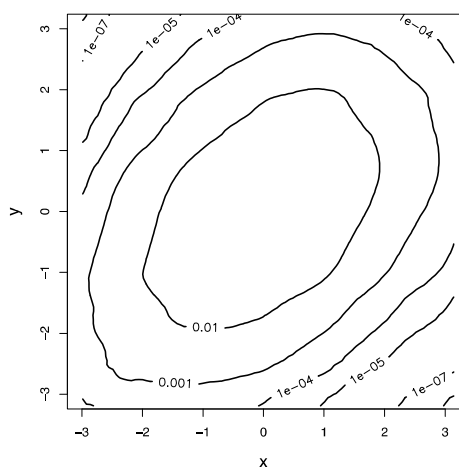
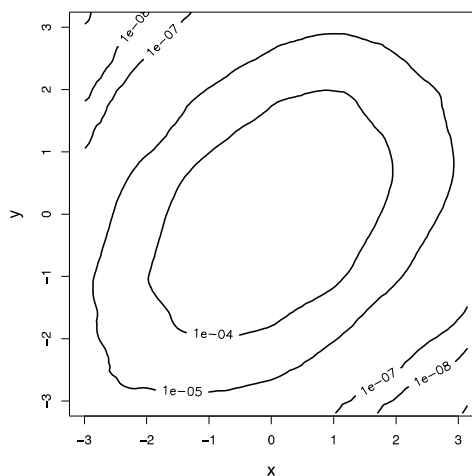


図5. Gaussian コピュラによる同時密度推定

図4と図5を比べてみると、Bernsteinコピュラ  
で得られた同時密度関数の方がデータによく  
当てはまっている。

## 5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1 件)査読有

Xiaoling Dou, Satoshi Kuriki, Gwo Dong  
Lin, and Donald Richards (2016)

EM algorithms for estimating the  
Bernstein copula, *Computational Statistics  
& Data Analysis*, 93, 228-245

<https://doi.org/10.1016/j.csda.2014.01.009>

[学会発表](計 3 件)

1. Xiaoling Dou, Satoshi Kuriki, Gwo  
Dong Lin, Donald Richards

B-spline copula and its estimation  
The 10<sup>th</sup> ICSA International Conference on  
Global Growth of Modern Statistics in the  
21<sup>st</sup> Century, Shanghai Jiao Tong  
University, December 2016 (China)

2. Xiaoling Dou, Satoshi Kuriki, Gwo Dong  
Lin, Donald Richards

Baker distribution, Bernstein copula and  
B-spline copula  
9th Seminar of Data Science, Shiga  
University, August 2016 (Japan)

3. Xiaoling Dou, Satoshi Kuriki, Gwo Dong  
Lin, Donald Richards

Dependence structure and estimation of  
B-spline copulas

International Workshop in Waseda  
University -- Recent Developments in  
Statistical Distribution Theory and its  
Applications-- March 2015 (Tokyo, Japan)

## 6 . 研究組織

(1)研究代表者

ドウ シャオリン (DOU Xiaoling )  
早稲田大学 理工学術院, 助教

研究者番号：10516868

(2)研究分担者

( )

研究者番号：

(3)連携研究者

( )

研究者番号：

(4)研究協力者

栗木 哲 (KURIKI Satoshi),  
統計数理研究所 数理推論研究系, 教授

Lin, Gwo Dong (LIN, Gwo Dong)  
The Institute of Statistical Science,  
Academia Sinica, Taiwan, Research Fellow

Richards, Donald (RICHARDS, Donald)  
Department of Statistics, Pennsylvania  
State University, Professor