

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 28 年 6 月 24 日現在

機関番号：12701

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2015

課題番号：26780116

研究課題名(和文)有限の期間をもつ多人数サーチ理論におけるサーチ継続時間の分析

研究課題名(英文)An analysis of duration in the multi-agent search problem with finite horizon

研究代表者

無藤 望 (MUTO, Nozomu)

横浜国立大学・国際社会科学研究院・准教授

研究者番号：40706222

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：複数の意志決定主体が関わるサーチ問題において、締切がある場合に意志決定に要する期間の長さについて理論的に分析した。夫婦で引っ越し先を探すときに、新居を決めるためには夫婦双方の合意が必要で、かつ、旧住居の退去期限が決まっている場合が一例である。このとき、住居の候補を紹介される機会が非常に頻繁であってもすぐには合意できず、合意までの期間は、意志決定に関わる主体の数や利害対立の大きさが大きいほど長くなることがわかった。

研究成果の概要(英文)：We considered a search problem in which multiple decision makers are involved, and a fixed deadline exists, and theoretically analyzed the search duration in this environment. Such a situation arises, for example, when a couple is searching for a new apartment before the contract of the present apartment expires, and they need a mutual agreement upon the decision. We showed that no matter how frequent the offers of apartments arrive, the search takes positive duration, and the expected duration is longer if the number of agents involved in the search is larger or the degree of conflict between agents' preferences is larger.

研究分野：ミクロ経済理論

キーワード：サーチ理論 ゲーム理論 意思決定理論

## 1. 研究開始当初の背景

サーチ理論は、理論経済学や労働経済学などにおいて重要な位置を占めてきた。従来の多くの研究では、単一の意志決定主体の存在を仮定して議論がなされてきた。しかし、現実には、サーチを続けるか止めるか意志決定は、利害の一致しない複数の意志決定主体によって共同でなされることも多い。また、過去のほとんどの研究では、サーチは無限期間続けることが可能で、早く決めるほどより効用が高くなるという仮定をおいていた。このような仮定の下では、サーチを継続して将来よりよい選択肢が現れるのを待つインセンティブが低くなり、結果として、選択肢が与えられる頻度が高い極限では、サーチは瞬時に終了する。つまり、従来の研究において、サーチに一定期間を要する最大の原因は選択肢が与えられる頻度の低さにあると言えることになる。しかし、意思決定主体が複数いる場合、その人数や各主体の選好の違いなどが継続期間に顕著な影響を与えると考えるのは自然だろう。そのような影響は、既存文献では十分に議論されていなかった。

また、現実的な状況においては、期待効用を最大化するという意味での合理的な行動をとることのできない主体も存在する。例えば、同じ選択肢に直面したとしても、過去に見送った選択肢がどのようなものであったかによってその選択肢を選択するかどうか影響されることもあり得る。例えば、それまでの選択肢が非常に悪いものしかなかった場合に選択される選択肢が、それまでの選択肢がそれほど悪くなかった場合には選択されないとすることもあり得る。このような選択肢の登場順序に依存した意志決定は、従来は十分には分析されてこなかった。

## 2. 研究の目的

本研究では、これまで指摘されなかったサーチの継続期間を決めるほかの要因を見出すことにより、現実のサーチの帰結をより正確に分析する。そのために、過去の多くの研究と比較して、2点の新規性を持つモデルを扱う。まず、多くの既存研究では意志決定主体が1人だけだったのに対し、本研究は利害の一致しない複数の主体がゲーム的なやりとりを通じて意思決定する場合を扱う。次に、従来は無限にサーチを継続できる設定が多かったが、本研究はサーチの締め切りが外生的に与えられている場合を考える。さらに、一般のサーチについて、選択肢の順序に依存して選択行動が変化するような主体の分析も考える。

## 3. 研究の方法

連続時間上でポアソン過程に従って共通の選択肢を与えられ、その選択肢を受け入れるか否かを各人が個別に決めるサーチモデルを考え、その摂動完全均衡 (trembling-hand equilibrium) を求めた上

で、均衡における戦略の性質を理論的に議論した。特に、ポアソン過程の定数が無限大に発散する極限におけるサーチの継続期間などを具体的に計算し、その極限值が、意志決定主体の人数や、選好とどのように関係するかを調べた。モデルのバリエーションとして、ある選択肢を一時的に確保(「予約」)しておいた上でサーチを継続できる場合とそうでない場合を考えた。

さらに、一般のサーチについて、選択肢の順序に依存して選択行動が変化するような主体の分析も分析した。これは、妥当と考えられる新たな選択規則を考案した上で、その選択規則のみたすべき公理群を作り、新たな選択規則がその公理群の条件のみたす唯一の規則であることを証明した。

## 4. 研究成果

連続時間で1つのものを有限期間内にサーチするモデルのうち、ある選択肢を「予約」しておいて引き続きサーチすることができない場合について分析した。1人以上(一般には複数)の意志決定主体がひとつのものをサーチする状況を考える。サーチ継続時間は最大で $T$ とし、それをこえると自動的に利得0が割り当てられるとする。連続時間上で選択肢はポアソン過程(ポアソン定数を $\lambda$ とおく)に従って到着するとし、選択肢に関する各主体の利得組の分布 $\mu$ は時間に関して同一かつ独立であるとする。ただし、主体間では相関があってもよく、 $\mu$ のサポート $X$ が有界でなくともかまわないとする。

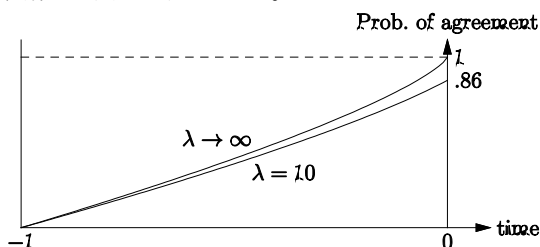
このとき、どの主体に関しても、利得の期待値が有限で、周辺分布が密度関数を持つならば、摂動完全均衡が存在し、その継続利得は一意的であることが示せる。また、そのような均衡のひとつは、それまでの履歴に依存せずに締切までの残り時間のみに依存する戦略で構成され、さらに到着した選択肢の利得が継続利得以上であるときにその選択肢を受け入れるようなものであることがわかる。この均衡は、常微分方程式系の解として特徴付けられる。

サポートが有界であると仮定する。均衡における継続利得は単調増加であるため、選択肢の到着頻度が無限大に発散するとき(つまり、 $\lambda \rightarrow \infty$ のとき)利得組は収束する。この利得組を $v^*$ とおく。 $v^*$ は $X$ の上で弱い意味でパレート効率的であり、さらに $X$ が凸ならば通常の意味でパレート効率的であることが示せる。しかし、 $\mu$ を変えると $v^*$ は $X$ のパレート・フロンティア上でいかようにも動きうるため、効率性以上の特徴付けは困難である。

上記の均衡において、意志決定に要する期間の長さの期待値を分析する。特に、 $\lambda \rightarrow \infty$ のときの期間に着目する。これは、極限における長さは理論的な分析がより容易であり、現実的に考えられるような有限の大きさの $\lambda$ の下でも、極限における期間と比べて大き

な開きがないことが、数値計算により確認できるためである。したがって、以下では $\lambda \rightarrow \infty$ の極限におけるサーチ期間の長さの期待値のことを単に「期間の長さ」と呼ぶ。

例えば、人数が2名で、利得組に関する分布が両者の利得の和が1以下の領域における一様分布であるとき、期間内に合意にいたりサーチを止める確率に関する累積確率分布関数は下図で表される。



この図を見ると、たしかに $\lambda=10$ というそれほど大きくない頻度の下でも、極限における分布と大きくは異なることがわかる。また、選択肢の到着頻度が非常に大きな極限でも、ある期間内で合意する確率はゆるやかにしか上昇していかないこともわかる。この現象は、とても普遍的なものである。具体的には、弱い仮定の下で、すなわち $\mu$ において $v^*$ 近辺に確率密度が極端に集まっていることがない限り、期間の長さは正であることがわかった。上記の通り、これは選択肢が到着する頻度が無限大に発散したときの話であるから、非自明な結果と言えよう。

サーチにおいては一般に、現時点で利得を確定させることにより締切までに決まらなくなる可能性をなくすことと、将来登場し得るより良い選択肢を待つことのトレードオフがある。一定の期間を要するという結果は、このトレードオフが、極限においてもちょうど釣り合っていることを示唆している。また、主体がよりリスク回避的になると、将来の選択肢を待つ不確実性を嫌うようになるため、期間は短くなることが示せる。

次に、この期間の長さが、環境にどのように影響されるかを調べる。そのために、期間の長さを計算するための公式を導いた。この公式からすぐわかるのは、 $\mu$ が主体間で独立なときは、人数が増えるほど期間が長くなることである。独立でないときでも、 $X$ の境界がなめらかで、 $\mu$ が正の値をとる連続な確率密度関数を持つとき、期間の長さは $n^2/(n^2+n+1)$ であることが計算できる（ただし、 $n$ は人数、 $T=1$ ）。これは、 $n$ に関する増加関数である。また、いくつかの例をもとに考えると、利害対立の程度が増すほど、期間の長さが長くなることがわかる。

この公式の導出にあたっては、(a) 現時点での継続利得付近の利得が到着する条件付き確率に関する項 (density term) と、(b) 現時点での継続利得を所与としたときに、受け入れられるという条件付きでの選択肢の利得の期待値に関する項 (barycenter term) の2つから計算できるという意味の公式を数

学的に導くことが重要なステップとなった。この公式は、弱い仮定の下で成り立つものであり、広汎な状況で適用可能である。この内容は、Yuichiro Kamada and Nozomu Muto “Multi-Agent Search with Deadline” (<https://sites.google.com/site/nozomumuto/maswd.pdf>) として公開している

さらに、選択肢の順序に依存して選択行動が変化するような主体の行動の特徴付けも行った。サーチ問題のように、時間的な意味で順々に選択肢が登場するとき、ある時点で過去に観察された選択肢の集合が同一でも、選択肢の登場順が異なると選択結果も異なってしまうような場合が考えられる。知られた選択ルールの中で有名なものとしては、次の2つの例がある。継続的選択 (Salant, 2003) とは、今登場した選択肢を、過去に登場した中でよいと判断された一つの選択肢とだけ比較し、その2つの中で比較劣位と判断された方の選択肢は忘れ去られるという選択ルールである。満足選択 (Simon, 1955) とは、今登場した選択肢から一定以上の満足度が得られると判断したら、残りの選択肢は無視して今の選択肢を選択するという選択ルールである。

本研究では、これらのルールを統合した Divide-and-choose 規則を考案し、その特徴付けを行った。この選択ルールは次のようなものである。まず一定以上の満足度が得られる選択肢があるかどうかを見る。もしあれば、その時点でサーチを終了しその選択肢を選ぶ。最後までサーチをしても満足度のいく選択肢が得られなかった場合は、継続的選択に基づいて選択を行う。このルールは新しいものであり、公理化の必要性がある。

公理化として、Divide-and-choose 規則は次に明示する5つの公理をみたし、なおかつ5つの公理をみたす選択規則は Divide-and-choose 規則をみたすことを証明した。用語の簡略化のため、選択肢の順列をここでは「リスト」と呼ぶことにしよう。

1 つめの公理は、選択が未来に出てくる選択肢に依存しないことである。これは、選択肢が順番に出てくるという状況から来る不可避的な制約である。

2 つめの公理は、サーチを続けるための条件に関わるものである。もしあるリストにおいてサーチが最後まで続いたとする。このリストにおける最後の選択肢と、リスト中にない選択肢  $y$  の二つからなる短いリストでもサーチが最後まで続いたら、はじめのリストのあとに  $y$  が続くリストでもサーチは最後まで続かなくてはならない。

3 つめの公理は、サーチを止めるタイミングに関するものである。もし、ある選択肢  $x$  から始まるリストにおいて  $x$  を見てすぐにサーチを止めて  $x$  を選択するならば、同じ選択肢  $x$  が別の箇所に出てきたとしても、その直後にサーチを終了して  $x$  を選ばなければならない。(または、 $x$  が出てくる以前にサ

一チを終了していなければならない。)

4 つめの公理は、サーチを止めた後の選択肢の選ばれ方に関するものである。もしあるリストにおいて、リストを最後まで見てからある選択肢  $x$  を選択したとする。このとき、 $x$  と、そのリストの中で  $x$  よりあとに出てくる選択肢  $y$  とからなる短いリストにおいても、リストを最後まで見てから  $x$  を選択しなければならない。また、もとのリストが  $x$  で終了したとしても、やはりリストを最後まで見てから  $x$  を選択しなければならない。

5 つめの公理は、リストをつなげたときの行動に関するものである。あるリストにおいて、リストを最後まで見てからある選択肢  $x$  を選択したとする。さらに、 $x$  と、そのリストの中で  $x$  よりあとに出てくる選択肢  $y$  とからなる短いリストにおいても、リストを最後まで見てから  $x$  を選択しているとする。すると、元のリストの末尾に  $y$  を加えたリストにおいても、リストを最後まで見てから  $x$  を選択しなければならない。

これらが本研究で提示した公理群である。

Divide-and-choose 規則において、最後までサーチが続いた後の選択規則は、必ずしも合理的なものである必要はなかった。これは、継続的選択が合理的でない意志決定を含むものだからである。もし、この部分に合理性を要請したい場合は、第 6 の公理を導入する必要がある。

6 つめの公理は、長さが 2 のリストにおける選択に関するものである。 $x, y$  という 2 つの選択肢があるとき、 $x, y$  という順序で現れるリストでも、 $y, x$  という順序で現れるでもサーチが最後まで続くとき、この 2 つのリストで選択される選択肢は同一でなければならない。

これらの 6 つの公理は、すべて独立であることが示せる。

この内容は、“‘Divide-and-choose’ in list-based decision problems”として、雑誌 Theory and Decision にて刊行された(下記)。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件) (査読あり)

Dinko Dimitrov, Saptarshi Mukherjee, and Nozomu Muto, “‘Divide-and-choose’ in list-based decision problems” (2016), Theory and Decision, Vol. 81, Issue 1, pp. 17-31. DOI: 10.1007/s11238-015-9522-z

[学会発表] (計 1 件) (査読あり)

Nozomu Muto, “Multi-Agent Search with Deadline”, The 14th SAET Conference on Current Trends in Economics, Waseda University, Tokyo, Japan, August 2014.

[その他]

ホームページ等

<https://sites.google.com/site/nozomumuto/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

無藤 望 (Nozomu Muto)

横浜国立大学・国際社会科学研究院・准教授

研究者番号：40706222