

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 9 月 26 日現在

機関番号：14201

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2015

課題番号：26780496

研究課題名(和文) 数学的理解を促す「誤答分析場面」を活かした授業デザイン研究

研究課題名(英文) Meaning that learner analyzes their own "Wrong answers" or "unsolved situation" on mathematics classroom

研究代表者

渡邊 慶子(向井慶子)(Keiko, Watanabe)

滋賀大学・教育学部・講師

研究者番号：00572059

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,300,000円

研究成果の概要(和文)：数学の学習では、学習者が正答を出すことが出来ない場面が多々ある。このような場面を「数学的理解が促進されるスプリングボード」と位置づけ、このスプリングボードの数学学習における意義と数学指導における設定方法を明らかにすることが、本研究の目的である。高校「数学」での実験授業の成果から、次の(1)から(3)で、上述のような場面を設定した：(1)中学校数学の範囲で出題された問題からより一般化された関連問題を設定し(2)関連問題が未解決のまま残されるという経験介して、中学校数学の問題解決にとっては成功法であった方法の適用範囲を意識し(3)その「かつて」の成功法であった方法の適用範囲を拡張する。

研究成果の概要(英文)：In the mathematics classroom, we often encounter the scene to which the learner cannot give the correct answer. In this study, such a scene is considered to be "Springboard from which mathematical understanding is promoted". The purpose of this study is to clarify the meaning and the setting method of the scene in relation to the mathematics classroom. The results of the experiment classes of mathematics classroom (high school, 1st grade students) show that the above-mentioned scenes were set through following (1), (2) and (3): the teacher (1) poses a problem gradually for the generality of mathematics, (2) value the experience that students encounter the unsolved problem, and has students consider the coverage of succeeding method for the problem solving of junior high school mathematics, and (3) expands the coverage of succeeding method of the "past".

研究分野：数学教育

キーワード：数学的理解 誤答分析

1. 研究開始当初の背景

本研究に関わる筆者の研究は、数学的理解を促す「説明」を行う対象を「誤答」とし、説明のねらいを、「誤答の分析と修正」として、それらについて学習者が考え説明する必要性について基礎的研究や質問紙調査おこなってきたという経緯がある。従来、学習者の誤りに関しての教育研究は2つに大別できる。1つは教育心理学や教育工学からのアプローチにより、認知的葛藤場面として学習者の誤りを取り上げ、教師の対応を分析したり、学習動機の変化並びに概念変化を促す教授法略を開発したりする研究である。もう1つは、算数・数学教育学のアプローチにより、学習者の考え方の誤り(誤認識や誤概念、ミスコンセプション)に関する研究である。これら従来の研究において、前者は教師あるいは研究者・調査者が学習者の誤りを予想したり分析したりすることを通して、教師がその予想や分析を如何に授業づくりへ反映するか、や研究者・調査者が学習者への教師の対応を如何に分析できるかが研究の課題となる。また、後者は、学習者の誤った考え方に着目しているために、学習者にとって頻繁に起こる「誤答を得た」という状況に関しては研究の余地を残している。

ここでは、数学的理解を外面化させる学習場面に関する研究として、数学の内容に対するシエマと言語とを関係づける the Multiplicative Comparative Situation (多様な比較による学習場面)を参考に、数学的文脈の理解過程を分析する(P. Neshor, 2003)。そのような数学的理解の深化や拡張を促す「装置」として、「学習者自身が、誤答を分析して修正する」学習場面を本事業により提案した。研究開始までに、理論的に想定した「誤答分析場面」を取り入れた授業の展開を計画して実践し、その実践から得られた子どもや教師の実際と計画とを比較することによって理論構築を図る「デザイン実験」を、中学校第1学年「比例と反比例」の単元において実施している。

2. 研究の目的

算数・数学の学習には、学習者が問題解決活動の中で誤答を得たり誤解をしたりする場面が多くみられる。このような学習場面を「数学的理解が促進されるスプリングボード(契機)」と位置付け、それらを活かす授業デザインの方法を理論的、実証的に構築することが本研究の目的である。そのために、中・高数学科の接続を意図した授業開発研究とその分析を並行して行い、学習者自身による誤答の分析及び誤答の修正場面を積極的に授業デザインの構成に組み込む。それにより、数学的理解の深化・拡張のしくみを「誤答分析」という学習場面を通して明らかにし、それを、中学校数学科教師が高等学校数学の内容への接続を意

図した授業づくりに活かすことができるよう、授業構成の方法を理論化する。

本研究では、考え方の誤りだけではなく、答えの誤りにも着目することによって、学習者に「誤り」を認識させ、それを修正する活動を取り入れた授業デザインを構成し、その活動にかかる学習者の思考のプロセスを分析する。「学習者の誤りを活かす」という点では、教師がわざと誤答を子どもに与え、それを根拠や方法を明らかにして否定させる教授方略(例えば、ゆさぶり発問など)があげられるが、本研究では、そのような「発問」に代表される授業の部分的な方略が、学習者の数学的理解を深化させたり拡張させたりする「装置」として不可欠であることを理論的に明らかにしたうえで、中・高接続を意図した数学科の授業の全体的なデザインを構成するところに特徴がある。

3. 研究の方法

次の(1)~(4)に取り組む;(1)学習者が「誤答分析」する活動が数学的理解の深化や拡張につながる活動であることを理論的に明らかにする。(2)「誤答分析場面」を取り入れた授業開発研究とその分析の理論的背景を整理し、(3)それを取り入れた授業の構築の方法を「デザイン実験」を通して明らかにする。(4)誤答を得ることが多くなる中・高等学校の授業の開発に対して、「誤答分析場面」を取り入れた授業事例を提案する。とくに、(1)は数学的理解過程研究、認知的不整合に関する研究など授業デザインの背景となる理論を検討する。また、(3)は中高数学科の接続を意図した授業開発研究とその分析を並行して行い、学習者自身による誤答の分析・修正場面を積極的に授業デザインの構成に組み込む。これにより、「誤答分析」による数学的理解の深化・拡張の枠組みを作成し、その枠組みに基づく授業をデザインして、その有効性を検証する。

4. 研究成果

本年度は、「誤答分析による数学的理解の深化・拡張に関する枠組みの構築」を行うために、高等学校数学科での実験授業を実施し、誤答や正答にたどり着けなかった解法を生徒に振り返りさせることによる意義と効果を検証した。

においては、「三角比・正弦定理」の導入場面において、中学校数学「三平方の定理の利用」の学習内容を一般角に拡張するという展開を実験授業として設定した。ここでは、三角形が一意に決定すること、辺や角の存在を確認下にかかわらず、中学校数学科の学習内容では、それらの大きさを「算出できない」ことを生徒たちに意識させる。このようなねらいのもとにどのように授業が展開された

のかを、3つのクラスで動画により記録した。

においては、「正答にたどりつけない」という体験とそれによって顕著になる一般化の必要性が生徒たちに知識の拡張を促すきっかけとなることを、授業記録のプロトコル分析によって検証した。

結果として、「誤答を得た」や「正解にたどりつけない」といった授業にみられる学習者の「苦境」は、それまでの知識の深化・拡張に必要であり、そのような授業場面を意図的に設定する意義があるといえる。また、その「苦境」は、「これまで問題解決に用いることが出来た『原理・原則』が、使えない」という状況であり、問題設定によって意図的に引き起こされたものであった。このような授業場面は、算数・数学科授業に必要であると考えられるが、本研究では、特に高等学校数学科の授業に必要であることを強調した。

本事業の研究成果は、まず、事業者による単独発表と論文、さらに、本事業の内容を加味した共同研究発表において成果を公表している。また、本事業によって新たに導出された課題に対する探究に関連して、1本の研究論文と研究発表を成果として加えている。

本事業の成果として、「授業デザインの背景となる理論的研究」に対しては、狭義の問題解決の解決方略とその適用範囲を明確にすることが、「誤答分析」において重要な活動であることを述べた。また、そのような背景を伴う授業について、問題解決の過程を反省し、命題をつくることによって、その命題を正当化することが「誤答」を分析するひとつの方法となり得ることを明らかにした。また、そのような授業を構築する際に、本時に関わる問題を家庭で考えさせてくるという「家庭学習の方法」についても共同研究によって探究した。

さらに、児童・生徒が「誤答」を認識すれば、彼らの自発的に探究する姿をみることができるとも明らかにした。正しいはずであった解決方法によって「誤答」を得ることは、児童・生徒にとって、自分の解決方法を反省する強い理由となる。このような探究の理由を作り出す場面は、授業の一貫性を作り出す起爆剤的なものとなることを、授業の物語的な一貫性に関する研究の成果にもいかすことができた。

今後は、命題の導出に関わる生徒の認識と原理・法則との整合を図る一連の活動を探究し、その活動を数学の学習・指導に「埋め込む」しかたを明らかにすることによって、「数学的な証明が埋め込まれた複雑な設定」^[1] (Hanna & Jahnke, 1996) が実現すると仮定し、命題の導出に関わる生徒の認識と原理・法則との整合を図る一連の活動のしくみを明らかにしたい。このような活動を「証明活動」と呼び、とりわけ、命題の導出に関わる活動の成立要件と活動の意義を明らかにすることが目下の目標となる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計5件)

・Masakazu Okazaki, Keiko Kimura, Keiko Watanabe (2014) Examining the Coherence of Mathematics Lessons from a Narrative Plot Perspective

第38回国際数学教育心理学会(International Group for the Psychology of Mathematics Education, 略名 PME) 論文集, 第4巻, pp.354-361

・Masakazu Okazaki, Keiko Kimura, Keiko Watanabe (2015a) Examining the Coherence of Mathematics Lessons in Terms of the Genesis and Development of Students' Learning Goals
第7回東アジア数学教育学会(The 7th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education, 略称:EARCOME) 論文集, pp.401-408

・Masakazu Okazaki, Keiko Kimura, Keiko Watanabe (2015b) Exploring How a Mathematics Lesson Can Become Narratively Coherent by Comparing

Experienced and Novice Teachers' Lessons
第39回国際数学教育心理学会(International Group for the Psychology of Mathematics Education, 略名 PME) 論文集, 第3巻, pp.313-320

・渡邊慶子・新海美智代(2015)『『家庭学習』を生かした算数科の授業研究の一事例』滋賀大学教育学部附属教育実践総合センター紀要『パイディア』Vol.23, pp.1-7

・岡崎正和・木村恵子・渡邊慶子(2015)算数・数学授業の質を捉える理論的視座に関する研究—物語の哲学の立場から—日本数学教育学会誌「数学教育学論究」臨時増刊号, pp.49-56

[学会発表](計5件)

・渡邊慶子(2014)『『誤り分析』をとり入れた数学科授業に関する一考察—Borasi, Rの“The Taxonomy of Use of Errors as Springboards for Inquiry”を手掛かりに—』全国数学教育学会第39回研究発表会

(於:広島大学大学院教育学研究科・教育学

部)

・ Masakazu Okazaki, Keiko Kimura, Keiko Watanabe (2014) Examining the Coherence of Mathematics Lessons from a Narrative Plot Perspective

第 38 回国際数学教育心理学会(International Group for the Psychology of Mathematics Education, 略名 PME) 2 0 1 4 年 7 月 (バンクーバー、カナダ)

・ Masakazu Okazaki, Keiko Kimura, Keiko Watanabe (2015a) Examining the Coherence of Mathematics Lessons in Terms of the Genesis and Development of Students' Learning Goals

第 7 回東アジア数学教育学会 (The 7th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education, 略称:EARCOME) 2015 年 5 月 (セブ、フィリピン)

・ Masakazu Okazaki, Keiko Kimura, Keiko Watanabe (2015b) Exploring How a Mathematics Lesson Can Become Narratively Coherent by Comparing

Experienced and Novice Teachers' Lessons
第 39 回国際数学教育心理学会(International Group for the Psychology of Mathematics Education, 略名 PME) 2 0 1 5 年 7 月 (ホバート、オーストラリア)

・ 渡邊慶子 (2015) 「問題解決過程における証明の役割についての一考察」全国数学教育学会第 41 回研究発表会 (於:広島大学大学院教育学研究科・教育学部)

.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

渡邊 慶子 (Keiko WATANABE)

所属機関・部局・職名

滋賀大学・教育学部・講師

研究者番号

00572059