

平成 30 年 5 月 29 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2017

課題番号：26800058

研究課題名(和文) 周遊理論の基礎理論の発展と新しい応用への展開

研究課題名(英文) Progress of fundamentals of excursion theory and development of its novel applications

研究代表者

矢野 孝次 (YANO, Kouji)

京都大学・理学研究科・准教授

研究者番号：80467646

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：周遊理論に関連して、共同研究者とともに、3つの観点から新しい展開をもたらした。(1)二つの負跳レヴィ過程から作られる一般化屈折過程の理論を提唱し、古典的脱出問題の一般化および複合ポアソン近似の目覚ましい結果を得た。(2)周遊測度の収束から汎関数極限定理を導く一般論を確立し、跳入過程の均質化極限定理を導出した。一次元拡散過程に対するランダム時計を用いた処罰問題を提唱し、局所時間処罰問題の詳細な一般論の構築に成功した。(3)中立不動点を持つ写像力学系による無限エルゴード変換の滞在時間の逆正弦法則に関する既知の結果を拡張し、マルチレイ拡散過程の理論に基づき結合分布極限定理の形に深化させた。

研究成果の概要(英文)：I have made with the help of collaborators new developments of excursion theory from the three viewpoints as follows. (1) We proposed a theory of generalized refracted processes coming from two spectrally negative Levy processes and obtained remarkable results about generalization of classical exit problems as well as compound Poisson approximation of the refracted processes. (2) We established a general theory of functional limit theorem via convergence of excursions and deduced homogenization limit theorem of jumping-in processes. We proposed penalisation problems with various random clocks and succeeded in establishing a profound general theory of local time penalisations. (3) We generalized a known theory of arcsine laws of occupation times for infinite ergodic transforms of mapping dynamical systems with indifferent fixed points by enhancing it to a limit theorem of joint distributions based on the theory of multiray diffusions.

研究分野：確率論

キーワード：周遊理論 確率過程論

1. 研究開始当初の背景

独立増分過程は、離散時刻では乱歩、連続時刻ではレヴィ過程と呼ばれ、極限理論に関する様々な古典理論の蓄積がある。周遊理論とは、マルコフ過程の標本路を細分化して独立増分性を抽出し解析する理論であり、詳しく言うと、標本路に周遊点過程と呼ばれる経路空間値のポアソン点過程を関連付ける理論である。1970年代に伊藤清によって初めて確立されて以来、様々な形に整備されてきた。

周遊理論の極限理論への応用は近年になって盛んになってきた。一次元拡散過程の均質化極限問題に関しては矢野(2006)および Fitzsimmons—矢野(2008)、処罰問題に関しては Roynette—Vallois—Yor (2006)、Najnudel—Roynette—Yor (2009)、矢野—矢野—Yor (2009)がある。

また、独立増分性の問題として無限過去を持つ乱歩の情報系特定問題がある。乱歩の情報系の構造を調べることで、自然に内包する駆動ノイズおよび無限過去ノイズとは独立な第三のノイズの正体を明らかにする問題である。Tsirelson(1975)の例をもとにトーラスの場合を徹底的に調べた Yor(1992)の理論を受けて、赤堀—植西—矢野(2008)および平山—矢野(2010)はコンパクト群に拡張した。また、矢野(2013)は有限有向グラフの場合に第三ノイズが出現しない条件を調べた。

2. 研究の目的

周遊理論およびその周辺分野に関連するテーマについての研究を通して、周遊理論に関する新しい基礎理論の発展と応用への展開をもたらすことを目的としている。具体的には以下の3つの問題を掲げた。

- (a) 周遊測度の構造の解明と連繫理論の発展
- (b) 均質化および処罰問題の極限定理の確立
- (c) 確率方程式の情報系の解析とランダム力学系への応用

3. 研究の方法

(a) 負スペクトルレヴィ過程の脱出問題は、スケール関数を用いて脱出時刻のラプラス変換およびポテンシャル測度を特徴づける理論がよく知られている。これらを周遊構造から整理し直した。その応用として、確率微分方程式論に基づく、Kyprianou—Loeffen (2010)による屈折レヴィ過程の理論に対する周遊理論からのアプローチを試みた。

(b) 跳入拡散過程の均質化問題を周遊測度の収束から導いた矢野(2008)の結果を整理し、周遊測度の収束から繋合過程の収束を導く部分を一般化した。応用として、内部跳躍のある跳入過程の均質化問題を論じた。

Knight (1969)および Chaumont—Doney (2005)による指数時計を用いた条件付け極限に示唆を受け、一般的な一次元拡散過程に対して指数時間ならびに到達時間時計および逆局所時間時計を用いた条件付け極限と処罰問題を研究した。証明の核となるのはクレインのスペクトル理論による一次元拡散過程の特徴づけに関する小谷・渡辺・笠原の理論である。

(c) ランダム力学系の応用に向けて、無限エルゴード的写像力学系の滞在時間の逆正弦法則の理論の一般化を研究した。手法はマルチレイ拡散過程の逆正弦法則を二重ラプラス変換によって解析する渡辺の理論である。

以下の研究集会に世話人として関わり、関係研究者との交流を図ることで、研究の周知を図るとともに新しい研究可能性への示唆を得ることができた。

[1] Workshop on interactions between commutative and noncommutative probability, 長谷部(北大)・佐久間(愛教大)と共催, 2015/8/5.

[2] ランダム力学系理論とその応用, 佐藤(北大)・角(阪大)と共催, 2015/9/27—30.

[3] Brownian Motions and Stochastic Processes --Conference in memory of Marc Yor--, 赤堀(立命館大)・針谷(東北大)・Kohatsu-Higa(立命館大)・高岡(一橋大)・矢野(京産大)・Baudoin (Purdue)・Yen (Cincinnati)と共催, 2016/6/3—5.

[4] Seminars related to Levy processes, 2017/2/14—23.

[5] Kyoto Dynamics Days: Random Dynamical Systems Theory and Its Applications, 國府(京大)・佐藤(北大)・角(京大)と共催, 2017/4/24—28.

[6] Workshop on interactions between commutative and noncommutative probability, 長谷部(北大)・佐久間(愛教大)と共催, 2017/7/26.

[7] ランダム力学系理論の総合的研究, 佐藤(北大)・角(阪大)と共催, 2017/9/25—27.

[8] Perspectives of Nonlinear Phenomena in Random and Non-autonomous Dynamics 佐藤(北大)・角(京大)と共催, 2017/9/28—29.

4. 研究成果

(a) 野場(京大)との共同研究(投稿中,[B2],[B4],[C4])により,二つの負スペクトルレヴィ過程から作られる一般化屈折過程の理論を提唱し,古典的脱出問題の一般化および複合ポアソン近似の目覚ましい結果を得た.

関連する問題の保険数学分野への応用として,野場(京大)・Perez (CIMAT)・山崎(関西大)との共同研究([A2])により,負スペクトルレヴィ過程の de Finetti 配当最適化問題を研究し,パリジャン反射の最適性検証定理を得た.

(b) 単独研究([A4],[C2])により,周遊測度の収束から汎関数極限定理を導く一般論を確立し,跳入自己相似過程および跳入ウォルシユ拡散過程の均質化極限定理を導出した.

Profeta (Evry)・矢野(京産大)との共同研究([A5],[A1],[B5],[C1])により,一次元拡散過程に対するランダム時計を用いた条件付け極限と処罰問題を提唱し,局所時間処罰問題の詳細な一般論の構築に成功した.

関連問題として,矢野(京産大)・Yen (Cincinnati)との共同研究([A3])により,一次元拡散過程の調和変換測度に関する初期値についての連続性を,弱収束位相の意味で捉えて証明することに成功した.

(c) 世良(京大)との共同研究(投稿中,[B1])により,中立不動点を持つ写像力学系による無限エルゴード変換の滞在時間の逆正弦法則に関する既知の結果を拡張し,マルチレイ拡散過程の理論に基づき結合分布極限定理の形に深化させた.

無限過去を持つ乱歩の情報系特定問題について,研究成果を総括し問題点の整理を行った([B3],[B6],[C3]).伊藤(京産大)・世良(京大)との共同研究に着手し,有限状態乱歩の情報系特定問題についての結果を得つつある.

5. 主な発表論文等

(研究代表者,研究分担者及び連携研究者には下線)

{雑誌論文}(計 11 件)

査読有り論文 5 件

[A1] C. Profeta, K. Yano and Y. Yano. Local time penalizations with various clocks for one-dimensional diffusions. J. Math. Soc. Japan, to appear.

[A2] K. Noba, J.-L. Perez, K. Yamazaki and K. Yano. On optimal periodic dividend strategies for Levy risk processes. Insurance Math. Econom., 80, 29--44, 2018.

[A3] K. Yano, Y. Yano and J.-Y. Yen. Weak convergence of h-transforms for one-dimensional diffusions. Statist. Probab. Lett., 122, 152--156, 2017.

[A4] K. Yano. Functional limit theorems for processes pieced together from excursions. J. Math. Soc. Japan, 67, no. 4, 1859--1890, 2015.

[A5] K. Yano and Y. Yano. On h-transforms of one-dimensional diffusions stopped upon hitting zero. In Memoriam Marc Yor - Seminaire de Probabilites XLVII, 127--156, Lecture Notes in Math., 2137, Springer, 2015.

査読無し論文 6 件

[B1] T. Sera and K. Yano. Multiray generalization of the arcsine laws for occupation times of infinite ergodic transformations. Infinitely divisible processes and related topics (22), The Institute of Statistical Mathematics Cooperative Research Report 402, 9--14, 2018.

[B2] 野場啓・矢野孝次. Gerber--Shiu 測度のスケール関数による表示公式について. 確率論シンポジウム, 数理解析研究所講究録, 2030, 92--98, 2017.

[B3] 矢野孝次. DLA に関係する数学の話題. ランダム力学系理論とその応用, 数理解析研究所講究録, 2028, 69--80, 2017.

[B4] 野場啓・矢野孝次. 屈折 Levy 過程の一般化と脱出問題. 無限分解可能過程に関連する諸問題(20), 共同研究リポート 352, 118--126, 2016.

[B5] C. Profeta・矢野孝次・矢野裕子. Local time penalizations with various clocks. 確率論シンポジウム, 数理解析研究所講究録, 1952, 123--127, 2015.

[B6] 矢野孝次. 初期時刻のない確率方程式の解の情報系について. ランダム力学系理論とその応用, 数理解析研究所講究録, 1942, 11--18. 2015.

〔学会発表〕(計 12 件)

招待講演 4 件

[C1] 矢野孝次, Local time penalizations with various clocks for one-dimensional diffusions, Summer School on Dirichlet Forms and Stochastic Analysis, 関西大学, 2015/8/27.

[C2] 矢野孝次, Several limit theorems for Markov processes via convergence of excursions, Stochastic Analysis, 京都大学数理解析研究所, 2015/9/10.

[C3] 矢野孝次, On discrete-time Tsirelson equations, Brownian Motion and Stochastic Processes --- Conference in memory of Marc Yor ---, 立命館大学, 2016/6/4.

[C4] 矢野孝次, Generalization of refracted Levy processes and its application to exit problems, 8th International Conference on Levy Processes, Universite d'Angers, France, 2016/7/26.

一般講演 8 件

[D1] 矢野孝次, 一次元拡散過程に対する修正零レゾルベント, 日本数学会秋季総合分科会, 広島大学, 2014/9/25.

[D2] 矢野孝次, Conditioning and penalization in various clocks, 無限分解可能過程に関連する諸問題, 統計数理研究所, 2014/11/27.

[D3] 矢野孝次, Conditioning and penalization in various clocks, 確率論シンポジウム, 京都大学数理解析研究所, 2014/12/18.

[D4] 矢野孝次, On invariant functions for stable processes stopped upon hitting zero Workshop on interactions between commutative and noncommutative probability, 京都大学数学教室, 2015/8/5.

[D5] 矢野孝次, DLA(Diffusion-Limited Aggregation)に関係する話題, ランダム力学系理論とその応用, 京都大学数理解析研究所, 2015/9/30.

[D6] 矢野孝次, Penalizations of Levy processes Seminars related to Levy processes, 京都大学, 2017/2/14.

[D7] 矢野孝次, Some generalizations of refracted Levy processes, Workshop on interactions between commutative and noncommutative probability, 京都大学, 2017/7/26

[D8] 矢野孝次, 無限過去を持つ乱歩の情報系について, Perspectives in Random and Nonautonomous Dynamical Systems, 京都大学, 2017/9/28.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

論文リストを公開しているホームページ:
<http://www.math.kyoto-u.ac.jp/~kyano/>

6. 研究組織

(1)研究代表者

矢野 孝次 (YANO, Kouji)

京都大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号: 80467646

(2)研究分担者 無し

(3)連携研究者 無し

(4)研究協力者

野場 啓 (NOBA, Kei)

京都大学・大学院理学研究科・博士後期課程学生

山崎 和俊 (YAMAZAKI, Kazutoshi)

関西大学・システム理工学部・准教授

研究者番号: 50554937

矢野 裕子 (YANO, Yuko)

京都産業大学・理学部・教授

研究者番号: 10337462

世良 透 (SERA, Toru)

京都大学・大学院理学研究科・博士後期課程学生

伊藤 悠 (ITO, Yu)

京都産業大学・理学部・助教

研究者番号: 70779214

長谷部 高広 (HASEBE, Takahiro)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号: 00633166

佐久間 紀佳 (SAKUMA, Noriyoshi)
愛知教育大学・教育学部・講師
研究者番号：70610187

佐藤 譲 (SATO, Yuzuru)
北海道大学・電子科学研究所・准教授
研究者番号：30342794

角 大輝 (SUMI, Hiroki)
京都大学・大学院人間・環境学研究科・教授
研究者番号：40313324