

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 14 日現在

機関番号：17601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2016

課題番号：26800084

研究課題名(和文)生物の集合形成メカニズムに対する数理モデルからの探求

研究課題名(英文) Mathematical model approach for aggregation mechanism of biological species

研究代表者

出原 浩史 (Izuhara, Hirofumi)

宮崎大学・工学部・准教授

研究者番号：50515096

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：自然や社会に現れる様々な現象を理解するために、その現象を数理モデルで記述し解析することにより、その現象が現れるメカニズムを明らかにしようという試みが盛んになされてきた。本研究では、生物種の空間的な自発的秩序形成を取り上げ、その中でも走化性-増殖方程式と呼ばれる化学物質をシグナルとして用いる生物種の集合形成メカニズムを理解することを目的とした。理論解析と数値シミュレーションにより、走化性-増殖方程式の集合パターンを示す定常解の大域構造を明らかにすることができた。また、走化性-増殖方程式に含まれる増殖項の違がパターン形成に影響を及ぼすことも明らかにした。

研究成果の概要(英文)：In order to understand a variety of phenomena arising in nature and society, mathematical models which describes the phenomena are proposed, and analysis of the model reveals the mechanisms which the complex phenomena originate in. In this study, we treat spatially spontaneous pattern formation produced by biological species. Among them, we focus on a chemotaxis-growth system which describes aggregation pattern formation of biological species which aggregates by using a chemical substance as a signal. Combining theoretical analysis and numerical simulations, we revealed global structure of stationary solutions of the chemotaxis-growth system, which correspond to aggregation patterns. In addition, we revealed a relation between growth terms including the chemotaxis-growth system and patterns.

研究分野：応用数学

キーワード：パターン形成

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

自然や社会に現れる様々な現象を理解するために、その現象を数理モデルで記述し解析することにより、その現象が現れるメカニズムを明らかにしようという試みが盛んになされてきた。現象を数理モデルで記述するモデリングは、考察したい現象のスケールに応じて様々な階層で行われている。例えば、ランダムウォークで移動する多数の粒子群の挙動を調べたい場合、ミクロスケールでのモデリングとして粒子モデルが用いられる。このモデルは格子点上を各粒子が確率的にジャンプするという確率モデルとして提唱される。一方、マクロスケールのモデリングとして粒子群の密度という連続量を考慮することで、振る舞いは偏微分方程式(拡散方程式など)として記述できる。自然界では分子、細胞や生物が集団で自己組織的に多様なパターンを形成する現象が知られている。バクテリアなどはひとつひとつの個体は比較的単純な振る舞いを行っているが、その全体としての個体群(マクロ)はバクテリア個々(ミクロ)の挙動からは予想できない規則正しいコロニーパターンを形成する。このような例からもわかるように生物種の空間的な自発的秩序形成の理解にはマクロとミクロ両面からのアプローチと、その両者の間の関係性解明が必要不可欠である。

### 2. 研究の目的

ミクロとマクロの関係性解明のためには、その基礎として、ミクロとマクロそれぞれにおいて詳細に振る舞いを調べる必要がある。本研究では、マクロなモデルである偏微分方程式の解析を通して、マクロレベルにおける空間的な自発的秩序形成メカニズムを理解することを目的とする。なかでも、生物種の集合形成に着目し、化学物質をシグナルとして用いる生物種の集合を記述するマクロモデルとしてよく知られている走化性-増殖方程式について詳細に研究を行う。特に、走化性-増殖方程式がつくりだす空間的集合パターンに着目し、集合形成メカニズムを明らかにすることを研究対象とする。具体的な研究テーマは次の2点である。

- (1) 走化性-増殖方程式に現れる解(パターン)の構造に関する研究
  - (2) 増殖項として様々な関数形が提唱されているため、走化性-増殖方程式における増殖項の効果とパターン形成についての研究
- この2つの研究を通して、化学物質をシグナルとして用いる生物種の集合現象に関するマクロな集合パターン形成メカニズムの解明を遂行する。

### 3. 研究の方法

本研究の目的は、走化性-増殖方程式における自己組織的パターン形成に関して、そのメカニズムを明らかにすることである。そのために、研究の目的欄の(1)はAUTOと呼ばれるソフトウェアを用いて、走化性-増殖方程式の定常解の大域構造を明らかにする。方程式に現れるパターンを解明することは、定常解の構造を明らかにすることと密接に関係している。加えて、走化性-増殖方程式を数値シミュレーションすることによって、さらなる知見を得る。(2)については、増殖項として一般的によく知られているロジスティック項と、Allee効果を考慮した3次関数であるキュービック項の2つを考え、増殖項の違いがどのようにパターンに影響するのかを考察する。ここでは方程式に含まれるパラメータを大きくした時に得られる極限系を導出し、その解析を通して増殖項とパターン形成との関係を調べる。極限系は理論解析しやすいシステムであるため、その解析結果と数値シミュレーションを組み合わせて研究を遂行する。

### 4. 研究成果

走化性-増殖方程式は定常的なパターンや周期的なパターンだけでなく、非常に多彩な時空間パターンを見せることが知られている。本研究では、それらのいくつかのパターン形成メカニズムを解明することができた。

(1) 走化性-増殖方程式に現れる弛緩振動走化性-増殖方程式には時空カオスを示す解の存在が数値シミュレーションによって示唆されており、多くの研究結果が発表されている。本研究では、それとは異なる振る舞いをもつ時空カオスの存在を数値シミュレーションによって示唆した。さらに、その発生メカニズムは弛緩振動と呼ばれる振動解がオーガナイジングセンターとなっていることを解明し、その振動解の存在を理論的に証明することができた。この研究によって走化性-増殖方程式にはさらなる多様な振る舞いを内包していることが分かったが、その全容や空間多次元の場合はまだ未知である。研究成果は下記の

“Spatio-temporal oscillations in the Keller-Segel system with logistic growth”として論文にまとめ発表した。

#### (2) 増殖項とパターン形成

走化性-増殖方程式の増殖項として様々なものが提唱されている。本研究では、増殖項としてよく知られているロジスティック増殖とAllee効果と呼ばれる効果を取り入れたキュービック増殖の2つを考え、それ

らとパターン形成との関係を考察した。考察の方法として、方程式に含まれるパラメータを大きくし、その結果として得られる極限系の理論解析により解明を試みた。極限系は比較的解析がしやすい系であるため、増殖項とパターン形成との関係を調べるには都合が良いが、一方で、パラメータを非常に大きくするという極端な状況を考察しているため、数値シミュレーションを相補的に利用し関係解明を行なった。その結果として、どちらの増殖項に対してもパターンを示す定常解の大域構造を解明することができた。またその大域構造はパラメータを非常に大きくするという極端な状況でなくても保存するということが数値シミュレーションによって示唆された。さらに増殖項の違いによってパターン形成に大きな違いがあることも分かった。例えば、キュービック増殖項をもつ走化性-増殖方程式の場合、走化性がある程度大きくなるとロジスティック増殖の場合には見られない絶滅が生じることが分かった。ロジスティック増殖項をもつ走化性-増殖方程式の結果は“Stationary solutions for some shadow system of the Keller-Segel model with logistic growth”として論文をまとめ発表している。キュービック増殖の結果は、すでにまとめ論文を投稿中である。

### (3) パターン形成に関連する問題

走化性-増殖方程式のパターン形成問題を考察には他の数理モデルの知見からのフィードバックも重要になる。そのため、走化性-増殖方程式に関連した数理モデルの解析も合わせて行い、研究成果を挙げた。初期の腫瘍がどのように拡大していくのかという問題に対して、数理モデルの1次元進行波解析の観点から解明した。また、微小重力環境下での燃焼パターンの解析も合わせて行なった。微小重力環境での燃焼は地球上での燃焼と全く異なった振る舞いを見せる。その燃焼を数理モデルの解析という立場で行なった。さらに、近年、複雑ネットワーク上での反応拡散モデルが盛んに研究されている。その問題に対してパターン形成の観点から研究を行なった。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 6件)

1. Turing instability in reaction-diffusion models on complex networks, Y. Ide, H. Izuhara

and T. Machida, *Physica A*, 457 (2016) 331-347. 査読あり  
DOI:10.1016/j.physa.2016.03.055

2. Homogenization and fingering instability of a microgravity smoldering combustion problem with radiative heat transfer, E. R. Ijioma, H. Izuhara, M. Mimura and T. Ogawa, *Combustion and Flame*, 162 (2015) 4046-4062. 査読あり  
DOI:10.1016/j.combustflame.2015.07.044
3. Computational study of nonadiabatic wave patterns in smoldering combustion under microgravity, E. R. Ijioma, H. Izuhara, M. Mimura and T. Ogawa, *East Asian Journal on Applied Mathematics*, 5 (2015) 138-149. 査読あり  
DOI:10.4208/eajam.010914.250315a
4. Traveling wave solutions of a parabolic-hyperbolic system for contact inhibition of cell-growth, M. Bertsch, D. Hilhorst, H. Izuhara, M. Mimura and T. Wakasa, *European Journal of Applied Mathematics*, 26 (2015) 297-323. 査読あり  
DOI:10.1017/S0956792515000042
5. Stationary solutions for some shadow system of the Keller-Segel model with logistic growth, T. Tsujikawa, K. Kuto, Y. Miyamoto and H. Izuhara, *Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S*, 8 (2015) 1023-1034. 査読あり  
DOI:10.3934/dcdss.2015.8.1023
6. Spatio-temporal oscillations in the Keller-Segel system with logistic growth, S.-I. Ei, H. Izuhara and M. Mimura, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 277 (2014) 1-21. 査読あり  
DOI:10.1016/j.physd.2014.03.002

〔学会発表〕(計 17件)

【国際研究集会】

1. Vegetation and desertification in arid and semiarid ecosystems, H. Izuhara, *Mathematical Biology Workshop for Ecology and Evolutionary Problems*, NIMS,

- Daejeon, Korea, 2016年12月16日. 口頭発表
2. Traveling wave solutions in a nonlinear system for contact inhibition of cells, H. Izuhara, Reaction-Diffusion Systems in Mathematics and Biomedicine A GDR/ReaDiNet Conference in Fréjus, Villa Clythia, Fréjus, France, 2016年9月19日. 口頭発表
  3. Vegetation patterns in arid ecosystems, H. Izuhara, Patterns and Waves 2016, 北海道大学(北海道札幌), 2016年8月2日. ポスター発表
  4. Traveling waves in a Reaction-diffusion system describing smoldering combustion, H. Izuhara, The 11th AIMS International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Orlando, USA, 2016年7月3日. 口頭発表
  5. Mathematical models for vegetation in arid ecosystems, H. Izuhara, ICMA 2015 Self-Organization Modeling and Analysis, 明治大学(東京都中野区), 2015年10月28日. ポスター発表
  6. Pattern formation in a chemotaxis-growth system, H. Izuhara, 5th CJK & 25th JSMB Meeting, Doshisha University, Kyoto, Japan, 2015年8月29日. 口頭発表
  7. Pattern formation in chemotaxis-growth systems, H. Izuhara, 2015 KAIST CMC Mathematical Biology Conference on Cross-diffusion, chemotaxis, and related problems, Daejeon, Korea, 2015年7月9日. 口頭発表
  8. Spatio-temporal patterns in a chemotaxis-growth system, H. Izuhara, The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Madrid, Spain, 2014年7月7日. 口頭発表
  9. Properties arising in a tumor growth model with contact inhibition of cells, H. Izuhara, ReaDiLab Conference on Mathematics and its applications to complex phenomena arising in biology, chemistry and medicine, CIRM, Luminy, France, 2014年6月4日. 口頭発表
- 【国内研究集会】
1. 微小重力環境におけるすす燃焼の数理解析, 出原浩史, 数学と現象 in 清里, 明治大学清里セミナーハウス(山梨県清里町), 2017年1月31日. 口頭発表
  2. A link between microscopic and macroscopic models of self-organized aggregation, 出原浩史, 数学と現象 in 奥多摩, 奥多摩町福祉会館(東京都奥多摩町), 2016年7月29日. 口頭発表
  3. 集合現象を記述する数理モデル, 出原浩史, One day workshop "菌類に係るコロニーパターンの形成メカニズムの解明に向けて", 千葉大学(千葉県千葉市), 2016年2月19日. 口頭発表
  4. 微小重力環境における燃焼モデルについて, 出原浩史, 数学と現象 in 桧原湖, 明治大学桧原湖セミナーハウス(福島県北塩原村), 2016年2月3日. 口頭発表
  5. 半乾燥地域における植生パターンの数理, 出原浩史, Turing 機構に関連するパターンとダイナミクス, 広島大学(広島県東広島市), 2015年12月18日. 口頭発表
  6. Vegetation and desertification in arid and semiarid ecosystem, 出原浩史, MIMS 現象数理学拠点共同研究集会 自然、社会に現れる複雑現象の数理, 明治大学(東京都中野区), 2015年10月7日. 口頭発表
  7. 走化性-増殖方程式におけるパターン形成, 出原浩史, 日本数学会 2015年度秋季総合分科会・応用数学分科会, 京都産業大学(京都府京都市), 2015年9月16日. 口頭発表

8. すず燃焼におけるパターン形成, 出原浩史, 数学と現象 in 伊豆大島, 大島町役場(東京都大島町), 2015年7月29日. 口頭発表

〔その他〕

ホームページ等

<http://sites.google.com/site/hirofumiizuuhara/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

出原浩史(Izuhara, Hirofumi)

宮崎大学・工学部・准教授

研究者番号: 50515096