

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 7 日現在

機関番号：17104

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2015

課題番号：26820168

研究課題名(和文) マッチング条件を満たさない不連続外乱に対する制御系設計法

研究課題名(英文) A controller design for nonlinear systems with unmatched discontinuous uncertainty

研究代表者

中茎 隆 (Nakakuki, Takashi)

九州工業大学・大学院情報工学研究院・准教授

研究者番号：30435664

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題では、マッチング条件を満たさない不連続外乱(=アクチュエータとプラント間に存在する不連続外乱)に対する制御系設計法を2年計画で実施してきた。当初、第1目標として、アクチュエータが積分器であるスペシャルケースに対して、申請者がこれまで提案してきた一般化リアプノフ安定性理論に基づく不連続制御系設計法を適用し課題解決を目指す計画であったが、理論的に解決が容易でない課題に直面したため、研究期間内に目標を達成することができなかった。一方、数値シミュレーションでは、提案手法の有効性は示せているため、理論的な課題解決に向けて検討を継続している。

研究成果の概要(英文)：In this study, I have addressed a controller design for nonlinear systems with unmatched discontinuous uncertainty for two years. As the first step, a special case, in which the dynamics of an actuator is described by just an integral element, was considered. Although I planned to apply the controller design method based on a generalized Lyapunov stability theory for nonsmooth systems, and proposed a possible candidate for the problem, some mathematically unsolved issues have not been fixed yet. Because the proposed method successfully works under the problem statement in numerical simulations, the study is currently continued, aiming the research goal.

研究分野：制御工学

キーワード：discontinuous system unmatched uncertainty controller design asymptotical stability

1. 研究開始当初の背景

スライディングモード制御に代表されるスイッチング機構を持つ制御は不連続制御と呼ばれ、非線形システムの安定化に有効であり、外乱に対しても優れたロバスト性を示す。特に、実システムに存在する摩擦などの不連続現象を伴う外乱(以下、不連続外乱と呼ぶ)の影響を補償し、システムの漸近安定化を達成するためには不連続制御が必要となることが知られている。現在、産業界において主として利用されているPID制御は、連続な制御信号によって構成される連続制御であるため、不連続外乱が存在するプラントに対しては、十分な制御性能を発揮できないという問題がある。

例えば、強い静摩擦を有する空気圧駆動流量調節弁の位置決め制御にはPI制御が用いられるが、静摩擦によるハンチング現象が現れ、これが問題となっている。これまで、不連続外乱を持つ多種多様なプラントの制御性能改善のために様々な不連続制御が提案されてきた。しかし、前述の空気圧駆動流量調節弁のようなプラントでは、静摩擦による不連続外乱は遅い(時定数の大きい)空気圧アクチュエータの出力段(力信号)に存在するが、制御器はアクチュエータの前段に配置され電圧信号を出力するため、速いアクチュエータを前提にした先行研究の結果を適用することができない。図1に、この状況を一般化した模式図を示す。このとき、制御信号 $u(t)$ は遅いアクチュエータを介して摩擦外乱 $d_1(t)$ の影響を補償しなければならない。このような外乱は、マッチング条件を満たさない外乱と呼ばれる。不連続制御の優れたロバスト性は、マッチング条件を満たす外乱 $d_1(t)$ に対してのみ有効であるため、現在においてマッチング条件を満たさない不連続外乱の影響を打ち消し、システムを漸近安定化する制御手法の構築は、制御系設計問題における主要な研究課題の一つとなっている。

この問題に関連して、申請者はこれまで、不連続関数で記述される微分方程式(以下、不連続システムと呼ぶ)の安定性解析をFilippov解(微分包含によって定義される解)^①と古典的なリアプノフ安定性理論をFilippov解を用いて拡張した一般化リアプノフ安定性理論^②を用いて行い、マッチング条件を満たす外乱(図1における外乱 d_1)の影響を補償する制御手法を提案してきた^③。また、

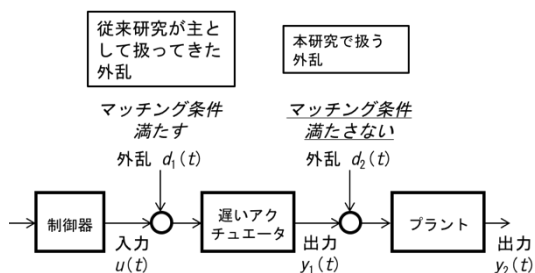


図1 研究の背景、従来研究との違い

この手法をクーロン摩擦を持つロボットマニピュレータの位置決め制御、路面状況の変化に伴ってタイヤと路面の摩擦係数が不連続に変化する自動車ブレーキのトラクション制御に応用し有効性を確認した。特に、不連続外乱の補償を行うためには、静的な不連続制御信号か動的な連続制御信号の設計が必要であることを示した^④。このような背景のもとで、次節に掲げる目的を設定した。

2. 研究の目的

本研究は2年計画とし、以下の2つの課題に取り組む。

- (A) マッチング条件を満たさない不連続外乱(以下 d_2)が存在し、アクチュエータが積分器のとき、外乱を補償する制御器を設計せよ： 制御入力 y_1 はアクチュエータの積分器を介したポイントで設計しなければならない。申請者は、この課題の基礎となる結果を文献^⑤の成果として報告している。しかし、数値シミュレーションにおいては、設計法の有効性が確認できているが、設計論の数学的証明が一部未解決となっており、これを解決することを第一目的とする。
- (B) 外乱 d_2 が存在し、アクチュエータが一般形のとき、外乱を補償する制御器を設計せよ： アクチュエータが一般系、すなわち、 N 個の積分器を持つシステムの場合、課題(A)の結果を N 回繰り返すことで設計が可能となる可能性がある。このような繰り返しの設計手法は、バックステッピング法として知られている。課題(B)では課題(A)の結果とバックステッピング法を組み合わせ、課題(A)の結果を一般化し、マッチング条件を満たさない不連続外乱に対する制御系設計法を構築することを目指す。

実システムの制御系設計では、非線形性や不連続特性を無視あるいは扱いやすい形に近似しても多くのケースにおいて良好な制御性能が得られる。しかし、強い摩擦現象を有するシステム、衝突を伴うシステム、スイッチング機構を有するシステムの中には制御系における不連続特性の影響が大きいものも少なくない。多くの電気-機械システムにおいて、このような不連続外乱はアクチュエータの出力段に存在する。本研究は、アクチュエータのダイナミクスが無視できず、マッチング条件を満たさない外乱が存在する多くの実システムに利用できる包括的な設計論の構築を目指しており、従来にはない制御系設計法を確立することを目指している。また、本研究は、産業用システムにおいて不連続外乱の存在により既存のPID制御では所望の性能が得られていないプラントに対して非常に有用な手段となり得る。

3. 研究の方法

以下では、前節で設定した 2 つの課題毎に方法を述べる。

課題 A) について：

申請者はこれまでに、マッチング条件を満たす不連続外乱 (以下 d_1) を補償する不連続制御を提案し、Filippov 解^①を用いた一般化リアプノフ安定性理論^②に基づいて閉ループシステムの漸近安定性を証明した^{③,④}。この手法を発展させ、アクチュエータが単なる積分器であるスペシャルケースを考え、不連続な誤差システムの安定化問題に取り組む。申請者は、文献⑤において、数学的・理論的には不完全ではあるが、1 つの解決法となり得る手法を提案している。課題 (A) では、不連続なリアプノフ関数候補を扱うために、一般化リアプノフ安定性理論の拡張を行い、その数学的な証明の検証作業を完成させ、課題 (B) への基礎を確立する。

課題 B) について：

アクチュエータが N 次システムの時、入力と出力は高々 N 個の積分器で連結する。例えば、アクチュエータにおいて、入力 u から出力まで N 個の積分器を介して $u \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots \rightarrow x_n \rightarrow y_1$ のように伝達するケースにおいては、課題 (A) で設計した誤差システムを目標軌道と状態 x_n の誤差として定義すれば良く、課題 (A) の結果が適用でき、状態 x_{n-1} に対する新たな目標軌道が設計できる。同様にこの目標軌道と状態 x_{n-1} の誤差システムを定義し、制御入力 u が現れるまで課題 (A) の結果を繰り返し適用すれば良い。このような設計手法はバックステッピング法として確立しているため、課題 (A) の結果とバックステッピング法を組み合わせて課題 (B) の解決を目指す。

4. 研究成果

研究開始当初、課題 (A) の解決に残された数学的に未解決な問題点は、解決できると計画していた。しかし、以下に示すように理論的な解決が困難であることがわかってきた。

次式で記述される不連続外乱を有するシステムを考える。

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(u + \Delta(x)) \quad (1)$$

ここで、 $x \in R^n$ 、 $u \in R^m$ はそれぞれ状態ベクトル、入力ベクトルを表し、 $f: R^n \rightarrow R^n$ 、 $g: R^n \rightarrow R^{n \times m}$ はリプシッツ連続な関数とする。本研究課題において、 $\Delta: R^n \rightarrow R^m$ は不連続な不確かさを表すとする。

いま、不連続な不確かさが存在しないケース、すなわち、 $\Delta(x(t)) \equiv 0, \forall t \geq 0$ において、システム (1) を漸近安定化する制御則が得られていると仮定する。

【仮定 1】

システム (1) を考える。 $\Delta(x(t)) \equiv 0, \forall t \geq 0$ としたノミナルシステムに対して、次式を満

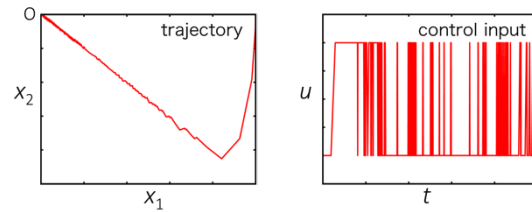


図2 クーロン摩擦を有する線形2次システムに対して制御則 (5)-(7) を適用した結果

たすフィードバック制御則 $u = \alpha_0(x)$ 、 $\alpha_0(0) = 0$ が存在する。

$$W_1(\|x\|) \leq V_0(x) \leq W_2(\|x\|) \quad (2)$$

$$dV_0/dt \leq -W_3(\|x\|) \quad (3)$$

ここで、 V_0 は連続的に微分可能なリアプノフ関数であり、 W_1 、 W_2 、 W_3 はクラス K 関数である。

また、不連続な不確かさに対して、その大きさの上下限は既知であると仮定する。

【仮定 2】

不確かさ Δ に対して、次式を満たす既知関数 $\gamma_i(x)$ が存在する。

$$|\delta_i(x)| \leq \gamma_i(x), \forall x \in R^n \quad (4)$$

ここで、 δ_i は Δ の第 i 番目の要素とする。

以上の仮定のもとで、システム (1) に対して、閉ループ系の原点を漸近安定化する制御則は次式で与えられる。

$$u = \alpha_0(x) - \theta(x) \quad (5)$$

$$\theta^T = [\gamma_1(x) \text{sgn}(s_1), \dots, \gamma_m(x) \text{sgn}(s_m)] \quad (6)$$

$$s^T = [s_1, \dots, s_m] = (\partial V_0 / \partial x) \cdot g(x) \quad (7)$$

ここで、sgn は符号関数を表す。

制御則 (5)-(7) は、(5) 式の右辺に符号関数 sgn を含むため、不連続な制御信号を生成する不連続制御則である (図 2 はクーロン摩擦を有する 2 次遅れ系に対するシミュレーション結果)。

課題 (A) では、アクチュエータのダイナミクスとして積分器を想定するため、システム (1) は次式の問題設定に修正される。

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(v + \Delta(x)) \quad (8)$$

$$\dot{v} = u \quad (9)$$

システム (8)-(9) に対して、制御則 (5)-(7) を修正した次式の制御則を提案する。

$$u = \alpha_0(x) - \hat{\theta}(t) \quad (10)$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -s - pQ(s)(\hat{\theta}(t) - \theta(x)) \quad (11)$$

$$Q(s) = \begin{bmatrix} q(s_1) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & q(s_m) \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで、 p は正の定数であり、任意の連続関数 $Q(s)$ は、次の条件 (1) ~ (3) を満たすように設計される。

$$(1) \quad q(0) = 0, \quad q(s_i) \geq 0$$

$$(2) \quad \left| \left(\frac{\partial q}{\partial s_i} \right) (0) \right| \geq 1$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\max\{\|s(x)\|, \|Q(s(x))\|\}}{W_3(\|x\|)} = 0$$

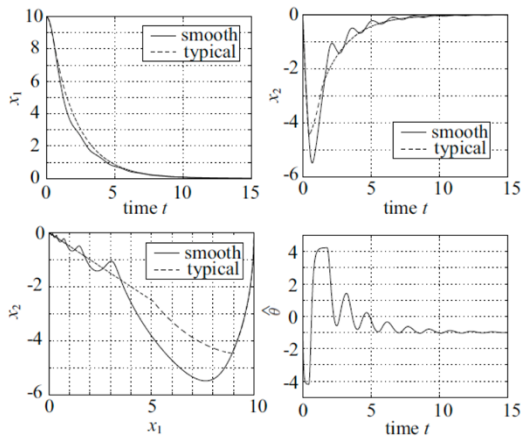


図3 クーロン摩擦を有する線形2次システムに対して制御則(10)-(12)を適用した結果 (typical: 制御則(5)-(7), smooth: 制御則(10)-(12))

制御則(10)-(12)を図2で示したクーロン摩擦を有する2次遅れ系に適用した結果を図3に示す。

続いて、システム(8)-(9)と制御則(10)-(12)で構成される閉ループ系の漸近安定性について調べる。そこで、(6)式を用いて次式のような誤差ベクトルを定義する。

$$x_d = \hat{\theta} - \theta(x) \quad (13)$$

また、次式のような不連続関数を構築する。

$$V(x, x_d, t) = V_0(x) + \frac{1}{2} x_d^T x_d \quad (14)$$

この関数は、ノミナルシステムに対するリアプノフ関数 $V_0(x)$ と誤差ベクトル x_d で構成されており、リアプノフ関数のような役割を担う。実際に、関数 $V(x)$ の時間微分を評価することで、

$$\frac{DV(x, x_d, t)}{Dt} \leq -W_3(\|x\|) \quad (15)$$

が得られる。ここで、 DV/Dt は、文献②で定義される一般化時間微分である。一方、関数 $V(t)$ は、不連続であることを考えると、その時間応答は図4に示される状況となり得るため、(15)式が満たされる状況においても $V(t) \rightarrow 0$ となる保証はない。

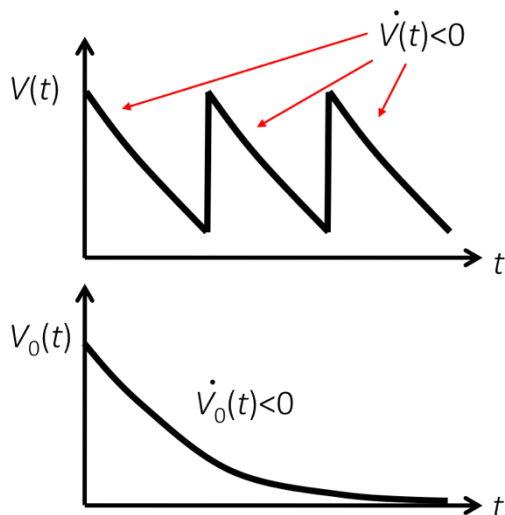


図4 関数 $V(t)$ の時間変化

現在のところ、システム(8)-(9)と制御則(10)-(12)で構成される閉ループ系の漸近安定性の厳密な証明は完成していないが、継続して検討中である。

<引用文献>

- ① A. F. Filippov, "Differential equations with discontinuous right-hand side", American Mathematical Society Translations, Vol.42, pp.199-231, 1964.
- ② D. Shevitz, and B. E. Paden, "Lyapunov stability theory of nonsmooth systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.39, pp.1910-1914, 1994.
- ③ T. Nakakuki, T. Shen, and K. Tamura, "Adaptive control design for a class of nonsmooth nonlinear systems with matched and linearly parameterized uncertainty", International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol.19, No.2, pp.243-255, 2009.
- ④ 中荃, 申, 田村, 不連続な不確かさを持つロボットシステムのロバスト軌道追従制御 -Filippov の枠組みからのアプローチ-, 電気学会論文誌 C, 125, 3, 463-470, 2005
- ⑤ T. Nakakuki, and C. Ishii, "A method for smoothing of discontinuous controller", SICE Annual Conference (SICE2012), August, 2012

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計0件)

[学会発表] (計0件)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中荃 隆 (NAKAKUKI, Takashi)
九州工業大学大学院・情報工学研究院・
システム創成情報工学研究系・准教授
研究者番号: 30435664