

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 10 日現在

機関番号：54501

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2016

課題番号：26820173

研究課題名(和文) ロバスト有効方向を用いたロバスト制御系設計法に関する研究

研究課題名(英文) On one approach for robust control system designs with robust feasible directions

研究代表者

上 泰 (Kami, Yasushi)

明石工業高等専門学校・その他部局等・准教授

研究者番号：20413809

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：制御対象のパラメータが変動しても一定の制御性能を達成する制御器をロバスト制御器という。ロバスト制御器の設計問題は非常に難しい最適化問題に帰着されるため、その解法の開発が必要である。そこで、ここでは、ロバスト制御器設計問題の新しい繰り返し最適化手法の導出を目的とした。本研究では、パラメータ変動領域上における制御性能の最悪値が一定の制御性能をクリアしていればロバスト制御の目的が達成できること、および、この最悪値はパラメータ変動領域の端点に現れることに注目し、扱う制御問題をロバストH2制御問題として、最悪値を繰り返し改善していく最適化手法の基礎を築いた。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study was to propose a new iterative method for designing robust control systems against polytopic uncertainties. In this study we have focused on the robust H2 control problems and we have developed bases of the methods which used the fact that the worst H2 performance were achieved on one of vertices of the region of the polytopic uncertainties.

研究分野：制御工学

キーワード：有効方向 ロバスト制御 ロバスト最適化 勾配法

1. 研究開始当初の背景

現実の制御系設計においては、制御対象が有するパラメータ変動に対して、過渡特性や外乱抑制などの制御仕様をロバストに達成することが求められる。このような制御をロバスト制御とよび、ロバスト制御を実現する制御器を導出する問題をロバスト制御問題という。このロバスト制御問題は、従前から、変動パラメータを含む最適化問題（ロバスト最適化問題）となることが知られており、実行可能解すら導出することが困難である。この事実から、この問題の解を手軽に導出できる方法の開発が期待されていた。

近年、ロバスト最適化問題に対する数値解法として、平方和最適化などの新しい手法が提案されている。しかし、その多くの手法は、問題のサイズの増加により実行に必要となる計算量が爆発的に増加するため、汎用の計算機ではメモリ不足により実行できないという問題点があることから、問題の規模の増加に対して計算量の増加が小さくてすむ数値解法の開発が期待されていた。

2. 研究の目的

上述の背景より、本研究では、ロバスト制御問題の実行可能解を求める数値解法の開発を目指す。具体的には、制御仕様に対する評価関数が改善される方向（有効方向）を規定する条件を、変動パラメータを含んだ不等式条件として導出し、その条件を満足する方向へ制御器変数を繰り返し更新していく手法の開発を目指す。ここで、有効方向とは目的関数の勾配との内積が負の方向（なす角が90度以上・図1参照）であり、有効方向へ解を更新し続ける最適化手法を勾配法という。

本研究において、パラメータの変動領域全体で有効方向となるような制御器変数の更新方向をロバスト有効方向と呼称する。このとき、ロバスト有効方向は、変動領域上の各点における有効方向の共通部分となるので、この共通の方向へと制御器を更新することが出来れば、変動パラメータの存在に関わらずに繰り返し最適化を行うことができるようになる。

3. 研究の方法

典型的なロバスト制御問題のうち、問題の構造上、最も扱いやすいロバスト H2 制御問題を皮切りに、目的とする数値解法を研究していくこととした。なお、H2 制御問題とは、過渡特性や制御に要するエネルギーを最適化する制御器を導出したいときによく考えられる制御問題である。

当初の進行手順は以下の通りである。

(1)変動パラメータを含まない H2 制御問題の目的関数 (H2 コスト関数) の有効方向を規定する条件を導く。

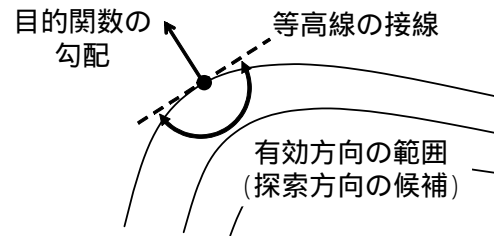


図1：有効方向

(2)(1)で導出した条件を基に、ロバスト H2 制御問題の目的関数に対する有効方向について検討する。具体的には、パラメータの変動範囲全てにおいて H2 コスト関数が改善されるような制御器の更新方向（を規定する不等式条件）を導く。

(3)(2)で導出した不等式（ロバスト不等式）を解く手法を実装することで、繰り返し最適化手法を実現する。

4. 研究成果

以下、前述した3つの進行手順に対して得られた成果を示していく。

3 - (1)については、変動パラメータを含まない場合における、H2 コスト関数の有効方向を導出することができた。なお、この結果を基に、混合 H2/H_∞ 制御問題に対する最適化手法を考案し、学会発表を行った（後述の）。さらに、その成果を発展させた内容として、外点法型の繰り返し最適化手法を提案した（後述の）。なお、さらにこの内容を論文として発表するための準備を進めているところである。

3 - (2)については、(1)の結果を基に、変動パラメータを含んだ不等式条件を導出することは出来たが、これを解くためには、別途、変動パラメータを有する「方程式」を解く必要があることが分かり、そもそも、「ロバスト有効方向は存在するのか？」という疑問が生じた。そこで、先行研究等で用いられている幾つかの数値例題に対し、変動パラメータを固定しながら各点における有効方向を確認することで、変動領域全体で共通な制御器の更新方向が存在するのかを検証した。結果として、ロバスト有効方向は必ずしも存在しない、という知見を得た。そして、この知見を基に、変動領域全体を扱うのではなく、最悪値を与える候補点のみに注目すればよい、というヒントを得た。つまり、図2に示すように、変動領域のある端点で与えられる評価関数の最悪値を改善する（他の端点における評価関数は逆に悪くなる可能性があるが、暫定値よりも悪くならないように制限をかける）ように最適化を繰り返せばよいと考えた。

3 - (3)に相当する手法として、上記のヒントと、ロバスト制御問題における目的関数の最

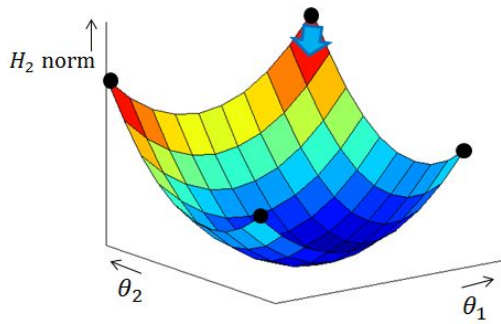


図2 提案する最適化手法のイメージ

悪値は変動領域の端点で生じることに注目し、最悪値が徐々に改善されていく手法を検討した。そして、アルゴリズムの基礎として、ロバスト H2 制御問題に対して、以下の手順による最適化を検討した。

Step 1: 制御器変数の初期値を決める。なお、この制御器は、変動パラメータに対して制御系をロバスト安定化する制御器とする。

Step 2: 変動領域の端点において H2 ノルムの大きさを求め、その最大値とそのときの変動パラメータの値を求める。このノルムは、変動パラメータが端点値で固定されるため、簡単に導出することができ、かつ、端点の個数は有限個であることから有限の計算時間で導出が可能である。

Step 3: Step2 で求めた点における H2 ノルムの勾配ベクトルを導出する。なお、この勾配ベクトルに対する角度が 90 度以上となるベクトルがこの点における有効方向 (H2 ノルムの大きさが減少するような制御器変数の更新方向) となる。

Step 4: Step 3 で導出した有効方向の範囲に属するベクトルを 1 つ選択し、その方向へ制御器変数を更新する。ただし、他の端点における H2 ノルムの値が Step2 で求めた H2 ノルムの最大値を超えないように制御器を更新する。

Step 5: H2 ノルムの更新が十分に行われた場合、暫定解を更新し、Step 2 へ戻る。そうでない場合はこれ以上の改善は見込めないものとしてアルゴリズムを終了する。

以上のようなアルゴリズムの基礎は構築できたが、下記のような問題点が未解決である。

1. Step 4 において、有効方向の範囲の中から更新方向を選択する具体的な手法が確立できていない
 2. Step4 の制御器の更新において、「ただし」以下の制約を満足させるための制約条件が導出できていない
- そこで、現時点では、問題点 1 については、

最急降下方向、つまり、勾配の逆ベクトルを更新方向と定めることとしている。また、問題点 2 については、探索をしらみつぶし的に実行することにより、制御器の更新を行っている。その結果、繰り返しにより最悪値が改善されていく傾向をいくつかの数値例で確認したので、その結果の例を示す。

制御対象は以下の状態空間表現で与えられるとした。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + Bu(t) + B_2w(t) \\ z(t) = C_2x(t) + D_2u(t) \end{cases}$$

ただし、 θ は以下の領域内に存在する未知数のパラメータ θ^i を要素とするベクトルである。

$$\theta^i = [\theta_{\min}^i \quad \theta_{\max}^i]$$

そして、標準的な仮定の下、 θ の値に関わらず、 w から z までの閉ループ伝達関数の H2 ノルムをできる限り小さくする状態フィードバック制御器 K を設計することを目的とした。ここで、状態フィードバック制御則は以下の式で与えられる。

$$u(t) = Kx(t)$$

本研究では、以下の数値例題に対し、上述の手法により制御器の設計を試みた。

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.25 - \theta^1 & -0.05 - \theta^2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2 = [1 \quad 0], D_2 = 1$$

ただし、制御器変数の初期値は

$$K = [0 \quad 0]$$

とし、変動パラメータの範囲は以下のように設定した。

$$-0.25 \leq \theta^1 \leq 0.25, -0.01 \leq \theta^2 \leq 0.01$$

繰り返しによる H2 ノルムの最大値の変化を図 3 に示す。また、本手法からは以下の制御器変数が得られた。

$$K = [-1.0002 \quad -0.0030]$$

図 3 より、繰り返しによって H2 ノルムの最大値が減少しており、提案手法により最適化が進んでいることが確認できる。

また、他の例として、他の数値例題に対しても本手法を用いて制御器の設計を試みた。

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -g(\theta^1) & g(\theta^1) & -d(\theta^2) & d(\theta^2) \\ g(\theta^1) & -g(\theta^1) & d(\theta^2) & -d(\theta^2) \end{bmatrix}$$

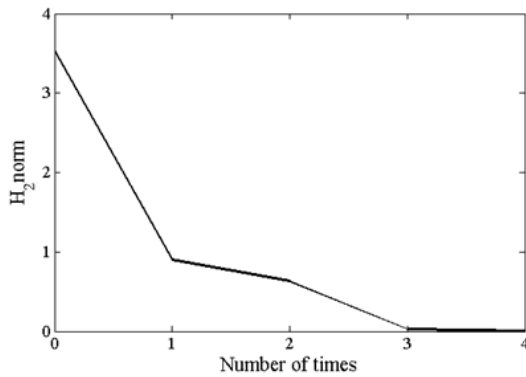


図3：繰り返しに対する H2 ノルムの最大値の変化(1)

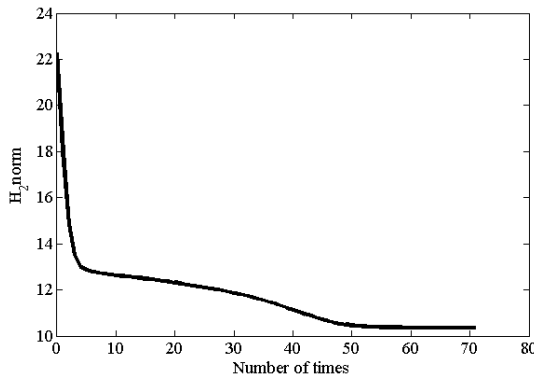


図4：繰り返しに対する H2 ノルムの最大値の変化(2)

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}, C_2^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし，制御器変数の初期値は

$$K = [-4.6541 \quad 4.1025 \quad -3.0423 \quad 0.7916]$$

とし，変動パラメータの範囲は以下のように設定した．

$$-0.25 \leq \theta^1 \leq 0.25, -0.002 \leq \theta_2 \leq 0.002$$

繰り返しによる H2 ノルムの最大値の変化を図4に示す．また，本手法からは以下の制御器変数が得られた．

$$K = [-0.4023 \quad -0.0975 \quad -0.8949 \quad -0.6552]$$

図4より，この数値例題に対しても，繰り返しによって H2 ノルムの最大値が減少しており，提案手法により最適化が進んでいることが確認できる．

以上のように，提案手法によって手軽にロバスト H2 制御器が得られる手法の基礎が固まったと考えるが，前述のような問題点に加え，この手法から得られる制御器変数がどのような意味を持つのかを検討する必要がある．したがって，今後も引き続きこの研究課題に

取り組み，計算量が小さくてすむロバスト制御問題の解法の開発研究を進めていく．

5．主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔学会発表〕(計2件)

Y. Imanishi, Y. Kami and E. Nobuyama, An iterative approach to the mixed H2/H synthesis problem based on the exterior-point approach, Proceedings of the 2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems, pp. 110/114, 2016.

今西，上，延山：出力フィードバックを用いた H2 制御問題に対する勾配法とその応用，第 57 回自動制御連合講演会予稿集，pp.2064/2069，(2014)

6．研究組織

(1)研究代表者

上 泰 (KAMI YASUSHI)

明石工業高等専門学校・電気情報工学科・准教授

研究者番号：20413809