

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 8 月 27 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2017

課題番号：26870295

研究課題名(和文)トポロジカル欠陥が織りなす新奇で普遍的なダイナミクスの探求

研究課題名(英文)Quest for novel and universal dynamics weaved by topological defects

研究代表者

小林 未知数(Kobayashi, Michikazu)

京都大学・理学研究科・助教

研究者番号：50433313

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、結晶や磁性体、超流動のような秩序を持つ系に着目する。秩序構造は特徴的なトポロジーの構造を持っており、系は非平衡状態において、そのトポロジーによって決まるトポロジカル欠陥を有する。様々な系の様々なトポロジカル欠陥に普遍的に現れる統計法則を探求し、理解するという目的のもとで研究を行った。本研究における最大の成果は、1次元状のトポロジカル欠陥である量子渦によって構成される量子乱流と呼ばれる非平衡状態において、量子渦同士の間にも力学的ではなくトポロジカルな相互作用を導入したときに、乱流の最も普遍的であると言われるコルモゴロフ則が破れ、新しい乱流の統計法則が現れることを明らかにしたことである。

研究成果の概要(英文)：This work studies ordered states such as crystals, magnetic materials, and superfluids. In non-equilibrium, the ordered state are characterized by their topological structures, and the systems can have topological defects, the properties of which are determined by their topologies. The main purpose of this work is to quests universal statistical law in various dynamics of topological defects in various systems. The most successful result of this work is obtaining a new statistical law of quantum turbulence comprised of quantum vortices which are 1-dimensional topological defects in superfluids, when there are not only dynamical but also topological interactions between vortices.

研究分野：物性物理学、流体力学、非平衡物理学

キーワード：超流動 量子渦 量子乱流 ヘリシティカスケード エネルギー逆カスケード

### 1. 研究開始当初の背景

普遍的な物理現象およびその性質を抽出する方法として、トポロジーの概念を用いるという、大きな流れが物理学のあらゆる分野において、近年構築されつつある。

関連する話題として、宇宙論で議論されている宇宙ひもやモノポール、量子流体に現れる量子渦、液晶に見られる転傾、結晶やコロイド粒子系に見られる転移など、様々な物理系および相で現れるトポロジカル欠陥がある。このようなトポロジカル欠陥をトポロジカル視点において、普遍的に理解するという試みは古くから行われているが、一方でそのダイナミクスや系自身の性質に与える影響を統一的に議論したような研究はあまり存在しない。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、様々な物理系において現れるトポロジカル欠陥について、普遍的に現れる新奇なダイナミクスを探求し、統一的に理解することである。特にトポロジカル欠陥のダイナミクスの中には、系自身が持つトポロジカルな性質を強く反映したものがあり、トポロジーという統一的な概念を用いてそれらを理解するのが特に中心的な目的である。

### 3. 研究の方法

トポロジカル欠陥の存在を可能にするようなトポロジーを有する場の理論の理論および数値解析を主に行う。理論解析としては、一個のトポロジカル欠陥の解析であり、手法としてはトポロジカル欠陥の重心位置のみを取り出した有効模型や、系の線形安定性方程式を取り扱う。数値解析は主に多数のトポロジカル欠陥のダイナミクスに対して大掛かりのものを行う。欠陥の具体的なタイプ、特異点の有無、内部自由度を欠陥が持つかどうか、系が相対論的かどうか、破れる対称性が局所的かどうか、といった点を考慮しながら、場の時間発展方式を解くことでトポロジカル欠陥のダイナミクスを追従する。

### 4. 研究成果

(1) トポロジカル欠陥が存在すると、時空の対称性が自発的に破れることになるが、この時空の自発的対称性の破れに伴う南部・ゴールドストーンモードの解析を行った。得られた興味深い現象の1つとして、本来独立に存在すべき時空対称性および内部自由度対称性の破れに伴う南部・ゴールドストーンモードが、ローレンツ対称性が自発的に破れている系において、結合し、その分散が非整数となりうることを明らかにした。

(2) 1次元的な自由度を持つトポロジカル欠陥には量子渦や宇宙ひも、転傾や転移などがある。これらはある種の連続対称性の破れに伴う熱力学的な相転移の結果生じる。これらは対称性の破れが起こった後、熱ゆらぎによ

っても生じるが、空間3次元の系において、トポロジカル欠陥のパーコレーションと、相転移との関係について研究を行った。両者の関係を調べたところ、幾何学転移であるトポロジカル欠陥のパーコレーション転移(図1)と、対称性の破れに対する熱力学的転移がそれぞれ別の温度で生じることを明らかにした。この結果は、それぞれの転移が独立であることを意味している。また、対称性が破れていない高温状態から低温状態へのクエンチを行うと、秩序化の過程において系は臨界状態となるが、その臨界状態が熱力学転移点状の臨界状態ではなく、パーコレーション転移点上の臨界状態に対応することが分かった。この結果は、臨界状態が熱力学的転移点状態の緩和時間の発散ではなく、トポロジカル欠陥の緩和によって支配されることを意味している。

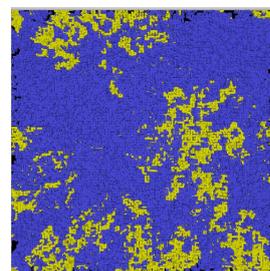


図1 パーコレーション転移点上におけるトポロジカル欠陥の空間分布の一例。全体を貫くトポロジカル欠陥を黄色く示し、それ以外を青色で示してある

(3) 液体ヘリウムのような超流動を示す系にはトポロジカル欠陥の1種である量子渦が現れる。この量子渦の典型的な非平衡状態として超流動乱流(量子乱流)の研究を行った。これまでの超流動乱流研究は主に発達した乱流状態に関するものであったが、本研究では逆に量子渦が全く存在しない層流状態と、量子渦が存在する乱流状態との転移点近傍に関して、大規模な数値シミュレーションを用いて研究を行った(図2)。その結果、超流動の層流-乱流転移が、平衡状態における2次相転移と類似の、幾つかの臨界指数を用いて特徴づけられるような転移であり、またその普遍クラスが向き付きパーコレーション転移と呼ばれる非平衡相転移のクラスに属しているものであることが分かった。



図2 層流-乱流転移点近傍における超流動乱流の構造の一例。量子渦を青い線で示してある。よく見ると、量子渦が固まって乱流状態となっている領域と、量子渦が全くない領域があり、乱流は間欠的であることが分かる。

(4) トポロジカル欠陥のトポロジカルな性質はトポロジカルチャージと呼ばれる量によって特徴づけられ、ホモトピーと呼ばれる手法によって計算される。ホモトピーは群の構造を持つが、1次元的なトポロジカル欠陥の場合、非可換群となりうる。非可換群で特徴

づけられるトポロジカル欠陥は、可換な場合に比べて特に衝突ダイナミクスが著しく変化する。具体的にはトポロジカル欠陥の空間的なトポロジー（結び目や絡み目構造）を変化させるようなダイナミクスが禁止されることがすでに分かっている。

本研究では1次元的なトポロジカル欠陥の中でも、量子渦に着目し、非可換な量子渦によって構成される非可換超流動乱流（図3）の大規模な数値シミュレーションを行うことで、以下に述べるような結果を得た。非可換超流動乱流ではエネルギーだけでなく、量子渦の結び目や絡み目を特徴づける物理量であるヘリシティが新たな物理量として、乱流の統計的な性質を支配することが分かった。非可換超流動乱流では、乱流の最も重要な統計的物理量であるエネルギースペクトルが、従来の乱流の統計則であるコルモゴロフ則には従わず、その原因がヘリシティの保存に伴う、ヘリシテिकासケードと呼ばれるカスケード過程によって引き起こされることが分かった。

また、ヘリシテिकासケードがなぜ起こるのかを探るべく、乱流を駆動するための外力スケールを変え、注入されたエネルギーやヘリシティなどの物理量が波数空間上でどのようにカスケードするのかを調べた。その結果分かったことは、ヘリシテिकासケードは外力の空間変化が比較的大きなときに起こり、一方で、外力の空間変化が小さなときにはエネルギーが波数空間上をヘリシティとは逆向き、つまり波数の小さな方向へカスケードすることが分かった。この結果は非可換超流動乱流において、エネルギーとヘリシティが逆向きに流れることにより、それぞれ独立な乱流の統計則を生み出していることを強く示唆している。

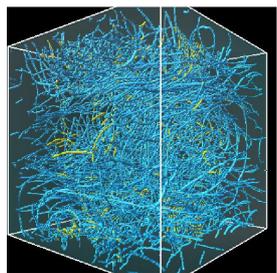


図3 非可換超流動乱流における量子渦の空間構造の一例。乱流を構成する量子渦（青い線で表示）が衝突すると、衝突する量子渦を繋ぎ止めるような新たな量子渦（黄色い線で表示）が現れ、その結果ほぼすべての量子渦が繋がった、大規模は量子渦のネットワーク構造が出来上がる。

(5) 空間2次元系では対称性の破れに伴う熱力学的な相転移は起こらず、熱ゆらぎを介して生成した0次元的なトポロジカル欠陥が、欠陥対として束縛状態にあるか、乖離して自由に運動できるかを決定する、Kosteritz-Thouless 転移と呼ばれる特殊な相転移が起こることが知られており、従来の相転移とは異なって、熱力学量ではなく系の動的な応答に対して特異性が現れる。

本研究では2つの異なる対称性が存在し、

対応する2つの秩序変数がジョセフソン結合しているような系を考え、そのKosteritz-Thouless 転移の性質を調べた。この系はジョセフソン結合により、異なる秩序変数から構成されるトポロジカル欠陥が結合して欠陥分子を作る（図4）。その結果、Kosteritz-Thouless 転移は従来の欠陥対ではなく、欠陥分子対によって引き起こされ、一方で、欠陥対は転移ではなくクロスオーバーを引き起こすことが分かった。

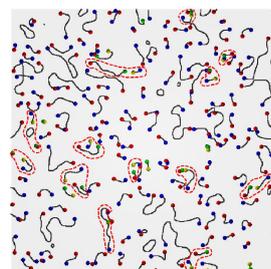


図4 ジョセフソン結合する2種類の秩序変数を持つ系の、Kosteritz-Thouless 転移点直上におけるトポロジカル欠陥の空間分布の一例。4種類の0次元的なトポロジカル欠陥（青、赤、黄、緑の点で表示）が存在し、欠陥対（青と赤および黄と緑）および欠陥分子（赤と緑および青と黄）の間には1次元的なトポロジカル欠陥（黒い線で表示）を束縛している。欠陥分子対を赤い点線で示してある。

## 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計12件）

[1] Michikazu Kobayashi and Muneto Nitta, Vortex Polygons and Their Stabilities in Bose-Einstein Condensates and Field Theory, Journal of Low Temperature Physics, 査読有, 175, 2014, 208-215

<https://doi.org/10.1007/s10909-013-0977-4>

[2] Michikazu Kobayashi, Eiji Nakano, and Muneto Nitta, Color magnetism in non-Abelian vortex matter, Journal of High Energy Physics, 06, 査読有, 2014, 130-1-12

[https://doi.org/10.1007/JHEP06\(2014\)130](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2014)130)

[3] Michikazu Kobayashi and Muneto Nitta, Nonrelativistic Nambu-Goldstone modes propagating along a Skyrmion line, Physical Review D, 査読有, 90, 2014, 025010-1-9

<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.025010>

[4] Michikazu Kobayashi and Muneto Nitta, Nonrelativistic Nambu-Goldstone Modes Associated with Spontaneously Broken Space-Time and Internal Symmetries, Physical Review Letters, 査読有, 113, 2014, 120403-1-5

<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.120403>

[5] Daisuke A. Takahashi, Michikazu Kobayashi and Muneto Nitta, Nambu-Goldstone modes propagating along topological defects: Kelvin and ripple modes from small to large systems, Physical Review B, 査読有, 91, 2015, 184501-1-19

<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.91.184501>

[6] Michikazu Kobayashi and Muneto Nitta, Interpolating relativistic and nonrelativistic Nambu-Goldstone and Higgs modes, Physical

Review D, 査読有, 92, 2015, 045028-1-10  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.92.045028>

[7] Katsuhiko Nakamura, Doniyor Babajanov, Davron Matrasulov, Michikazu Kobayashi and Paulsamy Muruganandam, Dynamics of trapped interacting vortices in Bose–Einstein condensates: a role of breathing degree of freedom, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 査読有, 49, 2016, 315102-1-20

10.1088/1751-8113/49/31/315102

[8] Michikazu Kobayashi and Leticia F. Cugliandolo, Thermal quenches in the stochastic Gross-Pitaevskii equation: Morphology of the vortex network, *Europhysics Letters*, 査読有, 2016, 115, 20007-1-6

10.1209/0295-5075/115/20007

[9] Michikazu Kobayashi and Leticia F. Cugliandolo, Quench dynamics of the three-dimensional U(1) complex field theory: Geometric and scaling characterizations of the vortex tangle, *Physical Review E*, 査読有, 94, 2016, 062146

<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.062146>

[10] Hiromitsu Takeuchi, Michikazu Kobayashi, and Kenichi Kasamatsu, Is a Doubly Quantized Vortex Dynamically Unstable in Uniform Superfluids?, *Journal of the Physical Society of Japan*, 査読有, 87, 2017, 023601-1-5

<https://doi.org/10.7566/JPSJ.87.023601>

[11] Michikazu Kobayashi and Masahito Ueda, Topologically protected helicity cascade in non-Abelian quantum turbulence, arXiv:1304.6021, 査読無, 2016

[12] Masahiro Takahashi, Michikazu Kobayashi, and Kazumasa A. Takeuchi, Universal Critical Behavior at a Phase Transition to Quantum Turbulence, arXiv:1609.01561, 査読無, 2016

〔学会発表〕 (計 18 件)

[1] Michikazu Kobayashi, Quantum nature and statistical law in quantum turbulence, CIRM conference "New Challenges in Mathematical Modelling and Numerical Simulation of Superfluids", Centre International de Rencontres Mathématiques, Luminy, Marseille, France, 2016

[2] Michikazu Kobayashi, Turbulence in quantum hydrodynamics, RIMS workshop on "Mathematical Analysis of Viscous Incompressible Fluid", Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, Japan, 2016

[3] Michikazu Kobayashi, Topologically protected linking number cascade in non-Abelian quantum turbulence, Topological Science Workshop 2017, Keio University, Japan, 2017

[4] Michikazu Kobayashi, Energy and helicity cascade in non-Abelian quantum turbulence, Advances in Mathematical Modelling and Numerical Simulation of Superfluids, Université de Rouen, Normandie, France, 2017

[5] Michikazu Kobayashi, Energy-helicity dual

cascades in non-Abelian quantum turbulence, Topological Science Symposium 2017, Keio University, Yokohama, Japan, 2017

[6] 小林未知数, 対称性の破れに基づく結晶の有効理論の構築およびトポロジカル欠陥の動力学, IMI 研究集会「結晶のらせん転移の数理」, 九州大学伊都キャンパス, 2016

[7] 小林未知数, 量子乱流におけるヘリシティ, 研究会「第3回 量子渦と非線形波動」, 東京理科大学神楽坂キャンパス, 2016

[8] 小林未知数, 非線形シュレディンガー方程式で記述される量子流体力学および乱流, 北陸応用数理研究会 2017, しいのき迎賓館 3F セミナールーム, 2017

[9] 小林未知数, 非可換量子乱流で実現する新しい乱流のユニバーサルリティクラス, 新学術領域「ゆらぎと構造」第2回冷却原子研究会, 大阪市立大学杉本キャンパス, 2017

[10] 小林未知数, トポロジカル欠陥のダイナミクスと量子乱流, 理研シンポジウム・iTHES/iTHEMS 研究会 2017 非平衡物理の最前線-素粒子・宇宙から物性まで-, 理化学研究所・鈴木梅太郎記念ホール, 2017

[11] 小林未知数, 3次元量子乱流におけるエネルギー・ヘリシティ 2重カスケード, 研究会「第4回 量子渦と非線形波動」, 東京理科大学神楽坂キャンパス, 2018

[12] 小林未知数, 発達量子乱流におけるケルビン波カスケード, 日本物理学会 2016 年秋季大会, 金沢大学角間キャンパス, 2016

[13] 小林未知数, 衛藤稔, 新田宗土, 2成分ボース系における量子渦のトポロジーおよび BKT 転移, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 岩手大学上田キャンパス, 2017

[14] 小林未知数, 上田正仁, 非可換量子乱流におけるエネルギーおよびヘリシティーカスケード, 日本物理学会第73回年次大会, 東京理科大学野田キャンパス, 2018

[15] Michikazu Kobayashi, Linking number cascade in non-Abelian quantum turbulence, 26th IUPAP International conference on Statistical Physics, Palais des Congrès, Lyon, France, 2016

[16] Michikazu Kobayashi, Energy and helicity cascades in non-Abelian quantum turbulence, International Conference on Ultra Low Temperature Physics, Heidelberg University, Heidelberg, Germany, 2017

[17] 小林未知数, Helicity Cascade in Non-Abelian Quantum Turbulence, 新学術領域研究集会「ゆらぎと構造の協奏」第3回領域研究会, 九州大学伊都キャンパス, 2016

[18] 小林未知数, 非可換量子渦のトポロジーによって保護されたヘリシティーカスケード, 新学術領域研究集会「トポロジーが紡ぐ物質科学のフロンティア」第2回領域研究会, 東北大学片平キャンパス, 2016

〔図書〕 (計 1 件)

[1] 坪田誠, 笠松健一, 小林未知数, 竹内宏光, 丸善出版, 量子流体力学, 2018, 350

〔産業財産権〕

○出願状況（計0件）

○取得状況（計0件）

〔その他〕

ホームページ

[http://www.ton.scphys.kyoto-u.ac.jp/~michikaz/index\\_j.html](http://www.ton.scphys.kyoto-u.ac.jp/~michikaz/index_j.html)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

小林 未知教 (KOBAYASHI, Michikazu)

京都大学・大学院理学研究科・助教

研究者番号：50433313