

令和元年5月31日現在

機関番号：22604

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2018

課題番号：26870655

研究課題名(和文)裾の重い分布から構成される時系列モデルの研究

研究課題名(英文)A study on time series model from heavy-tailed distributions

研究代表者

小方 浩明(Ogata, Hiroaki)

首都大学東京・経営学研究科・准教授

研究者番号：30454086

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：多次元安定分布におけるパラメータの推測理論を構築し、実データ解析を行った。安定分布は裾の重い分布(極端な値を取る可能性をいくらか考慮した分布)の代表的なものである。また、方向(角度)データは大きさが一定なため、極端に大きな(小さな)値を取ることがない、という意味で方向統計学に関する研究も行った。具体的には、方向データに対してマルコフ過程などの時系列データを導入し、周期自己相関関数の形を導出するなどの研究を行った。また時系列解析におけるスペクトル密度関数から、円周分布の新たな分布を構築するという研究も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

経済時系列データなどはときに極端な値を取ることがあり、正規分布などに代表される裾の軽い分布をもとにしたモデリングでは不十分であることが指摘されている。実データへの十分なフィッティングという意味においても、裾の重い分布を用いたモデリングには意味がある。また、本研究では方向統計学において時系列解析の要素を盛り込んだモデリングを構築したり、時系列解析で用いられているスペクトル密度関数から方向データの密度関数を提案したりした。これらは「方向統計学」と「時系列解析」という、独立して発展してきた両分野をつなぐ仕事であり、十分な学術的意義があると思われる。

研究成果の概要(英文)：We developed inference theories for multivariate stable distributions. The real data analysis were also conducted. The stable distribution is one of heavy-tailed distributions, which take into account the possibility of appearance of extremely large (small) data.

We also studied on directional statistics, which deals with directional (angular) data, because the directional data has constant magnitude and has no possibility of extremely large (small) data. We introduced some time series model, like stable Markov process, to the directional data, and clarified the form of circular autocorrelation function. We also introduced the new family of circular distributions from the spectral densities of the stable time series model.

研究分野：時系列解析

キーワード：時系列解析 方向統計学

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

時系列解析と、極値理論の研究を行っていた。多くの経済時系列データは極値を取る可能性がまれにあり、正規分布など、いわゆる裾の軽い分布を用いてモデリングを行うことは適切でないと指摘されていた。そこで、裾の重い分布（極値を取る可能性がある程度考慮された分布）を用いた時系列モデルの構築に興味があった。

### 2. 研究の目的

- (1) 絶対値の意味で大きな値を取る可能性が低い時系列データに対して、うまくモデリングすることが本研究開始当初の目的であった。
- (2) 確率変数同士の相関を表す指標で、広く一般的に使われているものはピアソンの相関係数であるが、その定義より二次のモーメントが存在しなければ計算ができない。裾の重い分布に従う確率変数に対して、相関を表す適切な指標を提案することも目的の一つであった。

### 3. 研究の方法

- (1) 裾の重い分布の代表として「安定分布」があげられる。本研究では多次元アルファ安定分布における、テイルインデックス並びにスペクトル測度の推定を行った。実データにおけるフィッティングも試みた。
- (2) 二次元データを散布図で表したとき、正の相関が強ければ、それぞれの平均の位置で引かれた2直線で4分割された領域において第1象限と第3象限にデータが集中する。負の相関が強ければ第2象限と第4象限に集中する。このことより、2次元データプロットの偏角の情報を用いることによって、データの（絶対値の意味での）大きさに依存しない、相関を表す指標を構築することを試みた。そこで、角度データに対する統計手法、すなわち方向統計学に関する研究を行った。

### 4. 研究成果

- (1) 多次元安定分布におけるテイルインデックス並びにスペクトル測度の推定に関する研究を行った。簡単に計算できるテイルインデックスの推定量を二つ提案し、その推定結果を使って、離散型スペクトル測度の推定量を提案した。推定結果を確かめるシミュレーションや、SP500の市場データを用いた実データ解析も行った。
- (2) 方向統計学における、既知の方向周りで対蹠対称性に関する漸近最適推測論に関する研究を行った。これは円周上の密度関数に二つのピークがあるとき、それらが対象であるか否かの最適な検定および推測問題を、局所漸近正規性の観点から述べたものである。得られた結果をウミガメの産卵後の移動方向のデータに適用して実データ解析も行った。
- (3) 周期定常マルコフ過程における周期自己相関関数についての研究を行った。周期定常マルコフ過程を定義する際、二つの円周上の密度関数  $f$  と  $g$  を使用するが、 $f$  を一様分布、 $g$  を任意の円周上密度関数とした設定の下、 $k$  次の周期自己相関関数が  $g$  の合成ベクトル長の  $(2k)$  乗の形で書けることを明らかにした。また、周期自己相関関数の自然な推定量である標本周期自己相関関数を考え、漸近正規性を示した。推定量の性質を確かめるべく、 $f$  が一様分布、 $g$  がサインスキュード・フォン・ミーゼス分布とした設定の下、シミュレーションにより3次までの自己相関関数を推定した。他にも、三角関数で定義された過程を考え、そのスペクトル密度関数を陽な形で与えた。
- (4) 上記(3)の研究の発展として、 $g$  のパラメーターが外生変数に依存するようなモデルを提案した。具体的には、風速、風向データのモデリングを想定しており、前時点を所与としたときの現時点の風向データの条件付密度関数が風速に依存しているようなモデルである。実データ解析として稚内の風速、風向データを用い、 $g$  として sine-skewed wrapped Cauchy 分布を想定した下でパラメーター推定を行った。結果として、風速が小さいときには風向がばらつきやすく、また逆に風速が大きいときは風向が一定の方向に集中しやすいというデータの特徴をうまくとらえることができた。
- (5) 上記(3)で提案した周期定常マルコフ過程の拡張版を考察した研究を行った。具体的には、過去のデータを与えた上での現時点の条件付確率分布が、1時点前のみならず、複数時点前までのデータに依存するという意味での、周期定常“マルチオーダー”マルコフ過程の導出を行った。周期定常マルコフ過程の導出はコンピュータと非常に関連があることに注目し、ペアワイズコンピュータの方法を応用することによってマルチオーダーマルコフ過程を構成することを提案した。シミュレーションにより周期定常セカンドオーダーマルコフ過程を生成し、周期自己相関関数を計算することによって生成された過程の特徴を見た。また実際の風向データに対して周期定常セカンドオーダーマルコフ過程を最尤推定法によりフィッティングし、1時間間隔データよりも15分間隔データの方が、周期自己相関が低

い傾向にあることが確認できた。1 時間間隔データの方が隣接するデータの間隔が広い  
ため、これは非常に自然な結果であり、モデルフィッティングがうまく働いていることを示  
唆している。

- (6) 上記(5)で考察した周期定常“マルチオーダー”マルコフ過程の別の導出を与えた。ミ  
クスチュアードランジションデンシティーを利用して定義したものである。具体的に述べ  
ると、過去のデータを与えた上での現時点の条件付確率分布が、 $p$  時点前までのデータの  
みに依存するというモデルであり、その遷移確率密度関数が、 $p$  個の円周密度関数の線形  
結合になっているというものである。そのモデルにおいて、周期自己相関関数の形を与え、  
それが  $p$  次の自己回帰モデルの自己相関関数の構造と非常に似ていることを確認した。シ  
ミュレーションにより、 $p=2$  ないし  $p=9$  の設定で、パラメーターの値をさまざまに変化さ  
せ、周期自己相関関数の挙動を確認した。 $p$  の値が大きいと周期自己相関関数はラグを大  
きくしてもなかなか減衰せず、一種の長期記憶過程のような性質を持つことが見て取れた。  
実際の風向データに対して提案したモデルを最尤推定法によってフィッティングするこ  
とも試みた。
- (7) 時系列解析における多次元スペクトル密度関数を利用し、多次元周期密度関数を一般的  
な形で提案する研究も行った。AR(1), MA(1), AR(2), MA(2), ARMA(1,1)モデルなどの具体的  
な時系列モデルのスペクトル密度関数から導出される周期密度関数の挙動を、シミュレ  
ーションにより確認した。

「方向統計学」と「時系列解析」はこれまで独立に発展してきた分野である感が強い。上記研  
究のほとんどはそのような両分野の融合であり、相互に影響を与え、また、両分野のさらなる  
発展に貢献しているものである。

## 5. 主な発表論文等

### 〔雑誌論文〕(計 2 件)

Toshihiro Abe, [Hiroaki Ogata](#), Takayuki Shiohama & Hiroyuki Taniai, Circular autocorrelation of stationary circular Markov processes, *Statistical Inference for Stochastic Processes*. 査読有, October 2017, Volume 20, Issue 3, pp 275-290.  
DOI: 10.1007/s11203-016-9154-0

Mohammad Mohammadi, Adel Mohammadpour & [Hiroaki Ogata](#), On estimating the tail index and the spectral measure of multivariate  $\alpha$ -stable distributions, *Metrika*. 査読有, July 2015, Volume 78, Issue 5, pp 549-561.  
DOI: 10.1007/s00184-014-0515-7

### 〔学会発表〕(計 17 件)

阿部俊弘、[小方浩明](#)、塩濱敬之、谷合弘行、既知の方向周りでの対蹠対称性に関する漸近最適推測論、2014 年度 統計関連学会連合大会、2014.

[Hiroaki Ogata](#), Circular Autocorrelation of Stationary Markov Circular Processes, Seminar in Department of Statistics, The Chinese University of Hong Kong, 2014.

[Hiroaki Ogata](#), Circular Autocorrelation of Stationary Markov Circular Processes, Izu Seminar, 2015.

[Hiroaki Ogata](#), Stationary circular time series, Waseda International Symposium on "Asymptotic Sufficiency, Asymptotic Efficiency and Semimartingale", 2015.

阿部俊弘、[小方浩明](#)、塩濱敬之、谷合弘行、時変自己相関を持つ円周上のマルコフ過程、科研費シンポジウム「多様な分野における統計科学の新展開」、2015.

Toshihiro Abe, [Hiroaki Ogata](#), Takayuki Shiohama, Hiroyuki Taniai, Modeling Circular Markov Processes with Time Varying Autocorrelation, 8th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics, 2015.

Toshihiro Abe, [Hiroaki Ogata](#), Takayuki Shiohama, Hiroyuki Taniai, A circular autocorrelation of stationary circular Markov processes. 8th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics, 2015.

小方 浩明, A circular autocorrelation of stationary circular Markov processes, 共同研究集会 (課題番号: 27-共研-5010), 2016.

Toshihiro Abe, Hiroaki Ogata, Takayuki Shiohama, Hiroyuki Taniai, A circular autocorrelation of stationary circular Markov processes, Waseda International Symposium on "High Dimensional Statistical Analysis for Time Spatial Processes & Quantile Analysis for Time Series", 2016.

Hiroaki Ogata, Multi-step circular Markov processes with canonical vine representations, Hokkaido International Symposium on "Recent Developments of Statistical Theory in Statistical Science", 2016.

Hiroaki Ogata, Multi-order circular Markov processes with canonical vine representations, Keio International Symposium on "Statistical Analysis for High-Dimensional, Circular or Time Series Data", 2016.

Hiroaki Ogata, Multi-order circular Markov processes with canonical vine representations, 1st International Conference on Econometrics and Statistics, 2017.

Hiroaki Ogata, Joint circular distributions in view of higher order spectra of time series, Waseda International Symposium on "Recent Developments for Statistical Asymptotic Theory for Time Series & Circular Distributions", 2017.

Hiroaki Ogata, Canonical vine representations for stationary multi-order circular Markov processes, Seminar in Department of Statistics in Seoul National University, Korea, 2017.

Hiroaki Ogata, The mixture transition distribution modeling for higher order circular Markov processes, Waseda International Symposium on "Recent Developments in Time series Analysis: Quantile Regression, High Dimensional Data & Causality", 2017.

Hiroaki Ogata, The mixture transition distribution modeling for higher order circular Markov processes, 2nd International Conference on Econometrics and Statistics, 2018.

Hiroaki Ogata, The mixture transition distribution modeling for higher order circular Markov processes, 11th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics, 2018.

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。