

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 6 日現在

機関番号：12608

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2014～2015

課題番号：26887014

研究課題名(和文)トレードオフのある最適化問題に対する解の品質保証

研究課題名(英文)Quality guaranteed solutions for tradeoff optimization problems

研究代表者

河瀬 康志 (Kawase, Yasushi)

東京工業大学・社会理工学研究科・助教

研究者番号：90734559

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、以下のようなトレードオフのある最適化問題を扱い、解の品質保証を与えることに成功した

(1) 動画広告割当問題に対する最適なアルゴリズムの設計を行った。(2) 秘書問題において選好が選択関数で与えられる状況を提案し、最適なアルゴリズムの設計を設計した。(3) 目的関数がpノルムで与えられるような多目的最適化問題について解析を行い、トレードオフの大きさを評価した。(4) ネットワークにおけるコミュニティ分割の質を表す「モジュラリティ」の最大化問題に対し、定数差近似アルゴリズムの開発を行った。

研究成果の概要(英文)：In this study, we considered the following tradeoff optimization problems and obtained quality guarantees.

(1) We gave an optimal algorithm for the video-ad allocation problem. (2) We introduced a secretary problem with a choice function and provided an optimal algorithm. (3) We evaluated the tradeoff among p-norms for maximum weight independent set problems. (4) We proposed a constant additive approximation algorithm for the 'modularity' maximization problem.

研究分野：アルゴリズム論

キーワード：最適化 オンラインアルゴリズム 近似アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

最適化問題とは、自宅から職場までどの道を通れば最も早くたどり着くことができるかのように、与えられた制約のもとで「最適な選択(最適解)を求める問題である。古典的な最適化問題の研究は、最適解を効率的に見出すにはどのようにすればよいかに主眼が置かれていた。しかし、現実的な状況では、計算時間の制約や情報の不確かさなど様々な理由により最適解を求めることや達成することはそもそも不可能であることが多い。そこで、本研究では実際に達成できる解と最適解の間でのトレードオフを明らかにすることを目的とする。トレードオフがどこまで大きくなりうるかを示すことで、**解の品質保証**や**システムの安全性保証、性能保証**を与えることができる。トレードオフの大きさは、「最適値」と「実際に達成できる解の目的関数値」の比が最悪の場合どこまで大きくなりうるかで言う。

このような評価法は、近似問題に対する近似比やオンライン問題に対する競合比として、計算困難な問題に対するアルゴリズムの性能評価に用いられてきた。また、近年ではこの考えを押し進め、アルゴリズムの評価とは限らない広い分野への適応がなされている。本研究では、具体的には次のような状況を扱う：

- NP 困難の意味で難しい問題に対し、多項式時間で良い解を求める**近似問題**。この問題は古くから研究があり、様々なアルゴリズムの設計法が提案されている。
- 未来の情報が分からず、現在の情報だけでなるべく後悔をしない解を求める**オンライン問題**。1985年に Sleator と Tarjan によって競合比の概念が導入されて以来、様々な研究がなされている。
- 使える予算や時間がわからない状況で、どのような場合でもよい解となる購入順や処理順を求める**ロバスト最適化問題**。
- 自分のコストを最適化しようとする利己的なプレイヤーが複数人いる場合、プレイヤーのコストの合計(社会コスト)が均衡制約のもとでどの程度悪くなりうるかという**均衡問題**。Koutsoupias と Papadimitriou によって1999年に導入された。
- 目的関数が複数ある場合、ある目的関数での最適解は別の目的関数ではどの程度よい解になっているかを考える**多目的問題**。

これらの問題は、最適解とのトレードオフの評価が目的であるが、未だ**場当たりの研究**が多く、方法論が全てにおいて確立されているとはいえない。

近似問題は1970年代から現在まで盛んに研究されており、様々な手法がすでに確立され

ている。一方、オンライン問題は1980年代後半以降、均衡問題は2000年代以降に研究が盛んになり始めたまだ新しい分野であり、個別にはかなりの成果が得られてきている段階である。

2. 研究の目的

本研究の最終的な目標は、トレードオフのある最適化問題に対する解の品質保証をするための**統一的な手法の確立**である。これまでの研究では、計算時間が限られている状況(近似問題)や、情報が逐次的に与えられその場で判断をしなければならない状況(オンライン問題)などに対し、独立的な解決がなされてきた。一方、統一的な手法を確立することができれば、多くの問題に対し理論限界評価を押し進めることができる。

統一的に用いることができる手法の候補として、「**factor revealing 線形計画法**」と「**主双対法**」を中心に扱う。それぞれの手法をいかにするためにはどのような数理的構造をもつ必要があるかを考察し、統一的に適用できるような枠組みの構築を目指す。

3. 研究の方法

解の品質保証をするための統一的な手法を考察するための準備として、具体的な問題を考察するための準備として、具体的な問題を用いて解析を押し進めた。特に、オンライン問題としては動画広告割当問題及び選択関数付き秘書問題について考察した。また、多目的問題としては、 p ノルムを目的関数とする最大重み独立集合問題を扱った。さらに近似問題として、ネットワーク上のコミュニティ検出をモデル化した最適化問題を扱った。

手法としては、factor revealing 線形計画問題、主双対法、SDP 緩和法を主に扱った。それぞれの手法を活かすためにはどのような数理的構造をもつ必要があるかを考察した。

4. 研究成果

本研究で得た、主に以下の4つの成果を得ることに成功した。

動画広告割当問題

インターネット広告において動画広告が近年注目されており、その経済規模も拡大しつつある。静止画や文字による広告を、利益が大きくなるようにユーザーに割り当てるモデルは盛んに研究されている一方で、動画による広告の特性を活かしたモデルはあまり研究されていない。両者の違いは、ユーザーが広告を観る時間を考慮するかどうかにある。本研究では、動画広告

の割当問題を定式化し、最適な競合比をもつオンラインアルゴリズムを与えた。このアルゴリズムは、既存の広告割当に対する**主双対法**を用いたアルゴリズムを拡張することにより得ることに成功した。また、この拡張により、割り当てられる動画時間に制限がある場合や、無羨望の価格付けを行わなければならない状況など様々な問題を扱うことが可能となった。

選択関数付き秘書問題

秘書問題とは、面接者が n 人の候補者と順次面接し即座に採否を決定する場合に、最適な候補者を採用できる確率を最大化する戦略を求める問題である。本研究では、「選択関数付き秘書問題」を導入する。選択関数は面接者の選好を表す。この問題では、複数の候補者を採用し、選択関数によって定まるもっとも良い候補者集合を採用できる確率(成功確率)を最大化する戦略を求める問題である。

本研究では、選択関数が経路独立性を満たすような場合について、最適なアルゴリズムを与えた。さらに、経路独立性を満たさない場合については、選択関数の幅が 2 であっても、成功確率がいくらかでも小さくなるインスタンスが存在することを示した。特に、成功確率がいくらかでも小さくなるインスタンスが存在することを示すときには、**factor revealing 線形計画法**を用いた。

p ノルムを目的関数とする最大重み独立集合問題

組合せ最適化における基本的な問題であり、多くの重要な問題を含んでいる最大重み独立集合に対し解析を行った。目的関数を p ノルムとしたときの、トレードオフの大きさを調査した。本研究では、独立性システムが k 個のマトロイド交差、 k 交換可能、 k システムである場合を扱い、それぞれに対しタイトな評価を得ることに成功した。また近似解に対するトレードオフの大きさについてもタイトな結果を得た。

ネットワークのコミュニティを求める近似アルゴリズム

本研究では、ネットワーク上のコミュニティ検出をモデル化した最適化問題である、モジュラリティ最大化問題について扱った。この問題に対し、**SDP 緩和**を用いた精度保証付き近似解法を提案した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

Atsushi Miyauchi and Yasushi Kawase: Z-Score-Based Modularity for

Community Detection in Networks, PLOS ONE, January 2016. 査読有り

河瀬康志, 牧野和久: 無秩序の代償と安定性の代償, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 60 No. 6, Pages 337-342, 2015. 査読無し

[学会発表](計17件)

Jun Takita, Yasushi Kawase, and Tomomi Matsui: Auction Algorithm for Weighted Matroid Partitioning Problems, The 9th Annual Meeting of Asian Association for Algorithms and Computation (AAAC 2016), Taipei (Taiwan), May 2016.

宮内敦史, 河瀬康志: ネットワーク上のコミュニティに対する評価関数の提案, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2016 年春季研究発表会, 慶応義塾大学 (神奈川県横浜市), 2016 年 3 月.

河瀬康志: 選択関数付き秘書問題, 2016 年電子情報通信学会総合大会 COMP-ELC 学生シンポジウム, 九州大学(福岡県福岡市), 2016 年 3 月. 招待講演

宮内敦史, 河瀬康志: What is a network community? A novel quality function and detection algorithms, 2015 年度冬の LA シンポジウム, 京都大学(京都府京都市), 2016 年 1 月.

Yasushi Kawase, Xin Han, and Kazuhisa Makino: Proportional Cost Buyback Problem with Weight Bounds, The 9th Annual International Conference on Computational Optimization and Applications (COCOA 2015), Houston (USA), December 2015.

Yasushi Kawase: The Secretary Problem with a Choice Function, The 26th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2015), 名古屋マリオットアソシアホテル (愛知県名古屋市), December 2015.

Yasushi Kawase, Kazuhisa Makino, and Kento Seimi: Optimal Composition Ordering Problems for Piecewise Linear Functions, ISAAC2015 preworkshop: ELC Workshop on Algorithms and Computation, メルパルク京都(京都府下京区), December 2015.

Atsushi Miyauchi and Yasushi Kawase: What Is a Network Community? A Novel Quality Function and Detection Algorithms, The 24th ACM International Conference on

Information and Knowledge Management (CIKM 2015) KM track long paper, Melbourne (Australia) October 2015.

河瀬康志, 牧野和久, 勢見賢人: 区分線形関数に対する最適合成順問題の計算量, 第10回情報科学技術フォーラム (FIT 2015), 愛媛大学(愛媛県松山市), 2015年9月. FIT奨励賞

河瀬康志, 小林佑輔, 山口勇太郎: Finding a Path in Group-Labeled Graphs with Two Labels Forbidden, ERATO 感謝祭 Season II, 一橋講堂(東京都千代田区), 2015年8月.

Yasushi Kawase, Yusuke Kobayashi, and Yutaro Yamaguchi: Finding a Path in Group-Labeled Graphs with Two Labels Forbidden, 42nd International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP 2015), グランドプリンスホテル京都 (京都府京都市), July 2015.

Atsushi Miyauchi and Yasushi Kawase: Z-score-based modularity for community detection in networks, International School and Conference on Network Science (NetSci 2015), Zaragoza (Spain) June 2015.

Yasushi Kawase, Kazuhisa Makino, and Kento Seimi: On the Complexity of Finding the Optimal Composition Ordering for Piecewise Linear Functions, 9th Hungarian-Japanese Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, 西新プラザ (福岡県福岡市), June 2015.

河瀬康志: The secretary Problem with a Choice Function, 第126回ゲーム理論セミナー, 東京工業大学 (東京都目黒区), 2015年6月. 招待講演

Yasushi Kawase, Takanori Maehara, and Ken-ichi Kawarabayashi: Scalable Sensor Localization via Ball-Decomposition Algorithm, 14th IFIP International Conferences on Networking, Toulouse (France), May 2015.

河瀬康志, 小林佑輔, 山口勇太郎: Finding a Zero Path in Z_3 -Labeled Graphs, RIMS 研究集会「最適化アルゴリズムの進展: 理論・応用・実装」, 京都大学 (京都府京都市), 2014年9月.

河瀬康志, 小林佑輔, 山口勇太郎: Z_3 ラベル付きグラフにおける指定ラベル

s-tパスの発見, 情報処理学会 第149回アルゴリズム研究会 (SIGAL), 伝国の杜 (山形県米沢市), 2014年9月.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
出願状況 (計0件)
取得状況 (計0件)

〔その他〕
ホームページ等
<http://www.soc.titech.ac.jp/~matsui/kawase/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河瀬 康志 (KAWASE Yasushi)
東京工業大学 社会理工学研究科 助教
研究者番号: 90734559

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし